

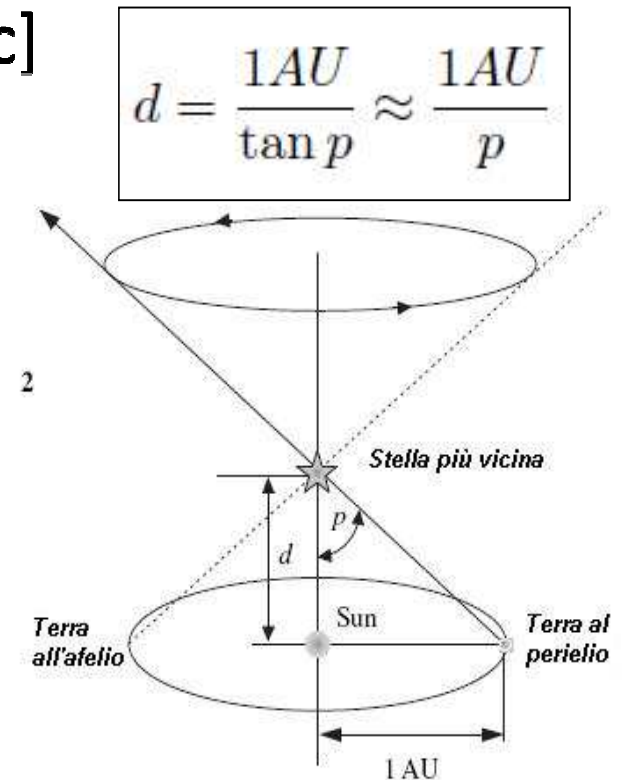
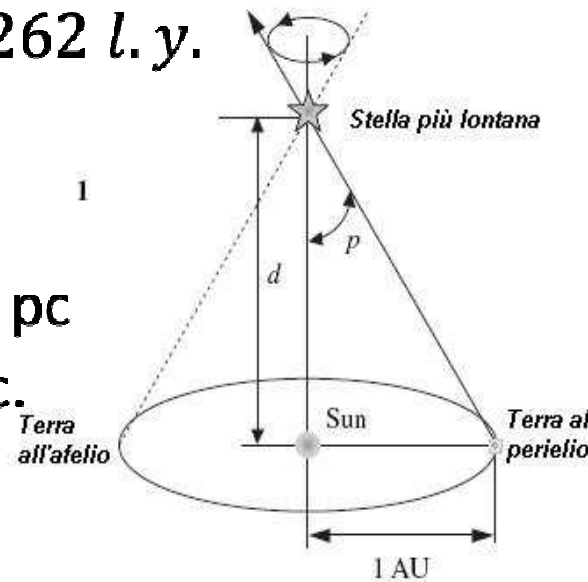
ALCUNI CENNI DI ASTROFISICA

Evoluzione stellare

Ivo Riccardi

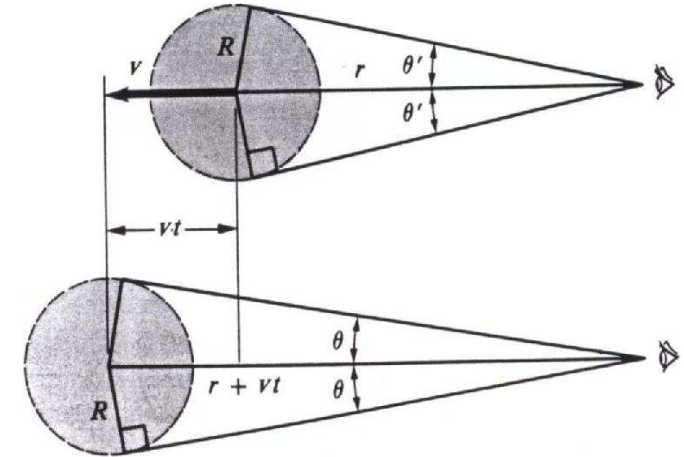
DISTANZE STELLARI - Parallasse

- Distanza alla quale si «vedrebbe» l'orbita terrestre sotto l'angolo di 1''
- Con misure dirette per riflessione di onde radio sul Sole si ricava l'U.A.
- Con p in secondi d'arco, d si esprime in parsec [pc]
- Con p in radianti, d si esprime in U.A.
 - $1pc = 2,063 \cdot 10^5 U.A. = 3,262 l.y.$
- valido fino a:
 - da Terra 50 pc;
 - dallo spazio (Hypparcos) 300 pc
 - Accuratezza 10% entro 100pc.



DISTANZE STELLARI

- Parallaxe dinamica
 - Variazione del diametro degli ammassi (ladi)
 - $d = v \Delta t \left(\frac{\theta}{\Delta\theta} \right)$
 - Accuratezza 10% entro 200pc



- Standard:
 - Date due grandezze osservabili: una $A = \alpha(d)$ dipendente dalla distanza ed un'altra $B = \beta(x, y)$ dipendente da altri parametri osservabili, misurando questi ultimi è possibile valutare B. Se si stabilisce una relazione f tra A e B del tipo $A = f(B)$ si può calcolare A. Infine, usando la relazione $d = \alpha^{-1}(A)$ si determina la distanza.
 - Regoli standard: Oggetto di cui sono note le dimensioni
 - Cande standard: Oggetto di cui è nota la luminosità (Cefeidi, RR-Lyrae)

MAGNITUDINI STELLARI

LUMINOSITÀL [erg s⁻¹].....energia che attraversa, nell'unità di tempo, una superficie che avvolge la sorgente.

Date due stelle si definisce: $\frac{L_1}{L_2} = 100^{\frac{m_2 - m_1}{5}}$

Se $m_1 - m_2 = 1$ $L_2 = 100^{\frac{1}{5}} L_1 = 2.512 L_1$

m è detta magnitudine della stella.

Si definisce magnitudine assoluta della stella la magnitudine M che la stella avrebbe se posta alla distanza di 10 parsec.

Per il quadrato della distanza: $\frac{L_{10pc}}{L} = 100^{\frac{m - M}{5}} = \left(\frac{d}{10pc}\right)^2$

Dunque: $M = m - 5 \log d + 5$

Differenza in magnitudini	Rapporto delle luminosità
0.0	1.0
0.1	1.1
0.2	1.2
0.3	1.3
0.4	1.45
0.5	1.6
0.7	1.9
1	2.5
2	6.3
3	16
4	40
5	100
7	630
10	10,000
15	1,000,000
20	10,000,000

Si ricorda che: $100^{A/5} = 10^{A/2.5}$

MAGNITUDINI STELLARI - Esercizio

- Magnitudine del Sole = -26.6
 - Se fosse posta a 10 pc,
con la $M = m - 5 \log d + 5$
si ottiene $M = +4,87$
- Magnitudine di Rigel (200 pc) = +0,2
 - Posta a 10 pc, si ottiene $M = -6,4$
- Dalla $\frac{L_1}{L_2} = 100^{\frac{m_2 - m_1}{5}}$ si evidenzia che il rapporto tra le luminosità del Sole e di Rigel vale

$$\frac{L_{Rigel}}{L_{Sole}} = 100^{\frac{M_{Sole} - M_{Rigel}}{5}} = 100^{\frac{4,87 + 6,4}{5}} = 32210$$

$$L_{Rigel} = 32210 L_{Sole}$$

STELLA	MAGNITUDINE APPARENTE	DISTANZA (PARSEC)	MAGNITUDINE ASSOLUTA
α Canis Majoris, Sirio	-1,5	2,67	+1,4
α Carinae, Canopo	-0,7	55,5	-4,4
α Centauri, Toliman, d	-0,3	1,31	+4,1
α Bootis, Arturo	-0,1	11,2	-0,3
α Lyrae, Vega	+0,0	8,13	+0,5
α Aurigae, Capella	+0,1	13,7	-0,6
β Orionis, Rigel	+0,2	200	-6,4
α Canis Minoris, Procione	+0,4	3,48	+2,7
α Eridani, Achemar	+0,5	43,5	-2,7
β Centauri, Agena, d	+0,7	62,5	-3,3
α Orionis, Betelgeuse, v	+0,7	175	-5,5
α Aquilae, Altair	+0,8	5,10	+2,3
α Tauri, Aldebaran, v	+0,9	20,8	-0,7
α Crucis, Acrux, d	+0,9	66,7	-3,2
α Scorpii, Antares, v, d	+1,0	160	-5,0
α Virginis, Spica, d	+1,0	47,6	-2,4
α Piscis Austrinis, Fomalhaut	+1,2	6,94	+2,0
β Geminorum, Polluce	+1,2	10,7	+1,0
α Cygni, Deneb	+1,3	460	-7,0
β Crucis	+1,3	90,9	-3,5
α Leonis, Regolo	+1,4	25,6	-0,7
ϵ Canis Majoris, Adhara	+1,5	83,3	-3,1
α Geminorum, Castore, d	+1,6	13,9	+1,0
λ Scorpii, Shaula	+1,6	38,5	-1,3
γ Orionis, Bellatrix	+1,6	140	-4,1

MAGNITUDINI STELLARI

- La misura delle magnitudini necessita di un riferimento campione che è la stella Vega (α Lirae) per la quale $m=0,14$ per qualunque banda di sensibilità strumentale.
- La misura è tanto più accurata quanto più stretta è la banda.

- Sistema UBV di Johnson

- Gli indici di colore sono le differenze delle magnitudini parziali:

- $U-B = M_U - M_B$
- $B-V = M_B - M_V$

Magnitudine (banda)	Apparente	Assoluta	L [nm]
Ultravioletta	U	M_U	365 ± 68
Blu	B	M_B	440 ± 98
Visuale	V	M_V	550 ± 89

- La correzione bolometrica è la differenza tra la magnitudine bolometrica e quella visuale. La magnitudine bolometrica si ottiene dal flusso degli oggetti integrato su tutte le lunghezze d'onda.

$$BC = m - V = M - M_V$$

TEMPERATURE STELLARI - Modello stellare a corpo nero

Lo spettro del corpo nero si ha con la funzione di Plank (dove $\nu = \frac{c}{\lambda}$)

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp[h\nu/(kT) - 1]} \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ steradian}^{-1}$$

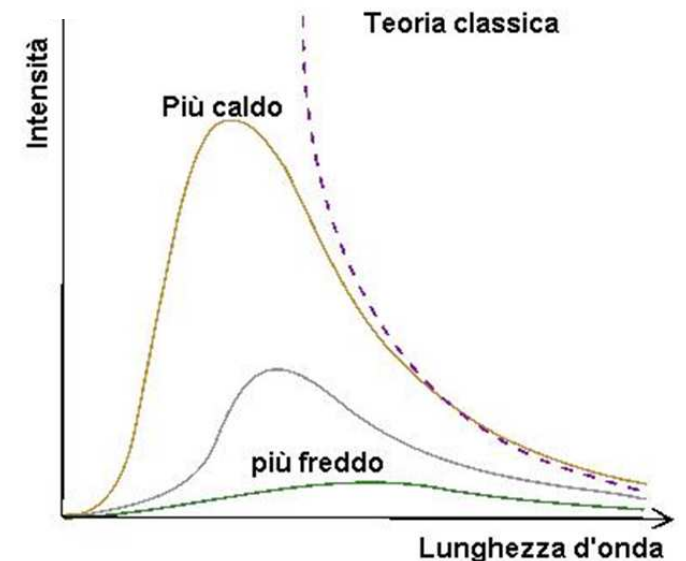
Legge di spostamento di Wien:

$$\lambda_{max}T = 0.29 \text{ [cm } ^{\circ}\text{K]}$$

Legge di Stefan-Boltzmann:

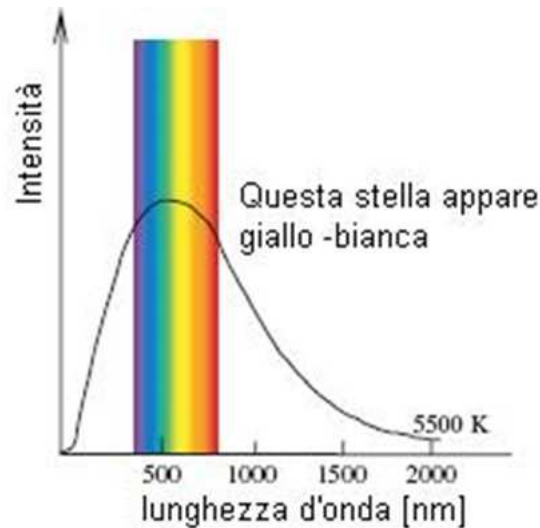
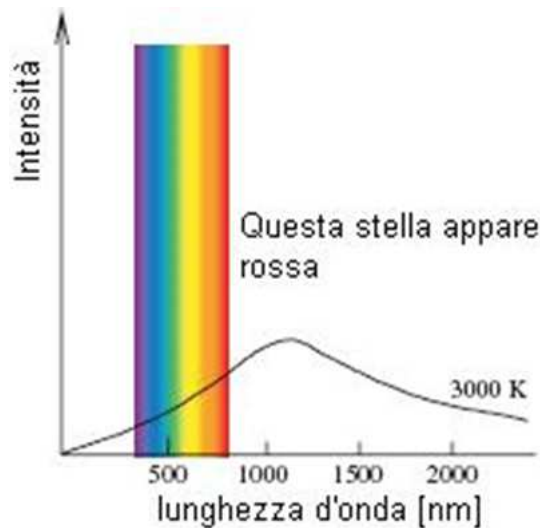
$$L = A\sigma T^4$$

dove: $A = 4\pi r^2$; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-5} \text{ [erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ } ^{\circ}\text{K}^{-4} \text{]}$



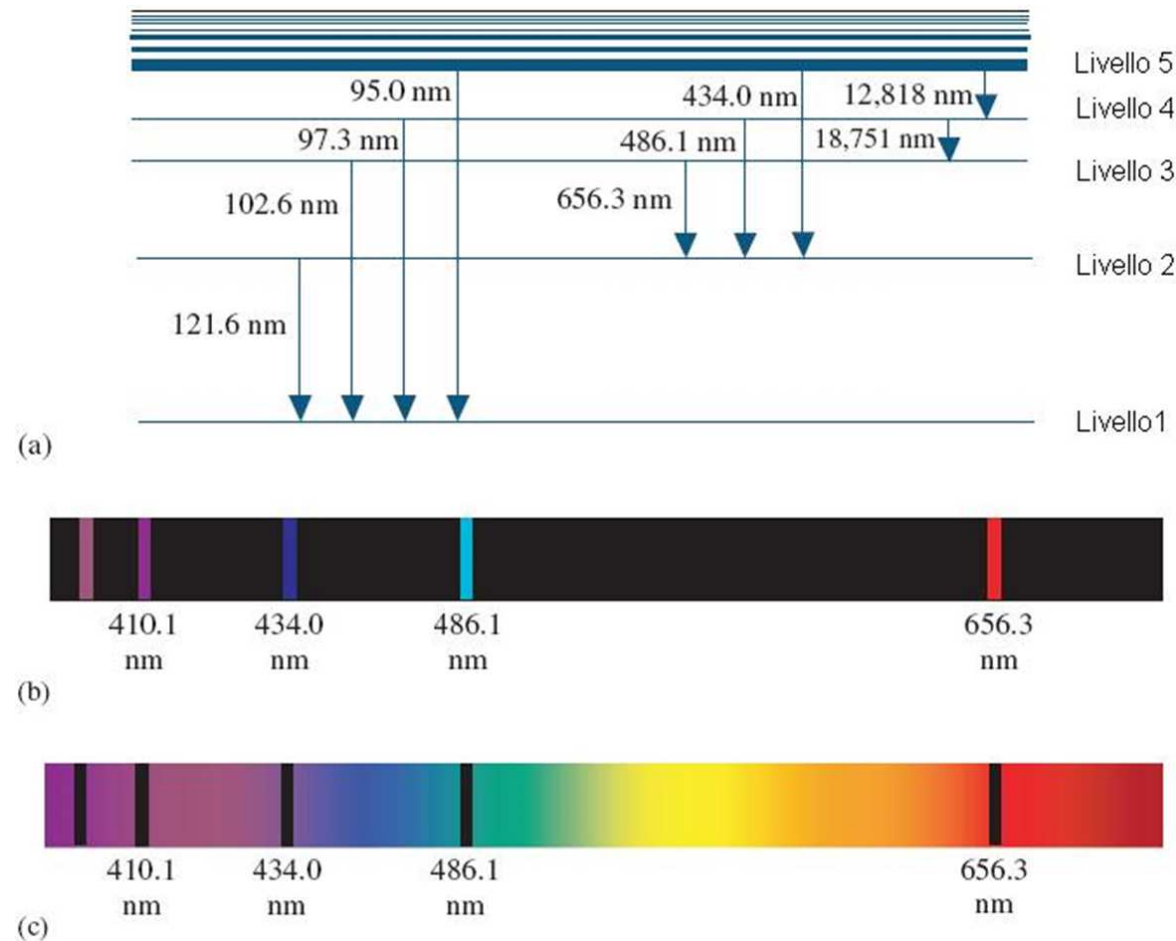
TEMPERATURE STELLARI

- Ad esempio per il Sole si misura una luminosità $L = 3.823 \cdot 10^{33}$ erg s⁻¹ ed un raggio $R = 6.96 \cdot 10^{10}$ cm pertanto la sua **temperatura efficace** sarà: $T_e = 5770$ K da questo risultato segue che la lunghezza d'onda della massima emissione solare è: $\lambda_{\max} = 0.29 / 5770 = 5.03 \cdot 10^{-5}$ cm = 503 nm.
- Si definisce **temperatura di brillantezza** la temperatura di un corpo nero avente alla data lunghezza d'onda la stessa emissività della stella considerata (limite inferiore alla temperatura).
- Si definisce **temperatura di colore** T_c la temperatura di un corpo nero la cui distribuzione spettrale meglio si adatta a quella in esame.



ELEMENTI DI SPETTROSCOPIA

- Le leggi di Kirchoff
 - un oggetto solido caldo emette uno spettro continuo senza righe;
 - un gas diffuso caldo produce linee luminose: in emissione;
 - un gas diffuso freddo, posto di fronte ad una sorgente che emette uno spettro continuo, produce delle linee scure: di assorbimento; le quali si sovrappongono allo spettro continuo.
- Le linee emesse o assorbite da un elemento sono sempre le stesse e corrispondono ai salti quantici possibili:
 - Le linee di emissione mostrano transizioni da livelli superiori a livelli inferiori
 - Le linee di assorbimento mostrano transizioni da livelli inferiori a livelli superiori



SPETTRI STELLARI



Joseph von Fraunhofer
(1787-1826)

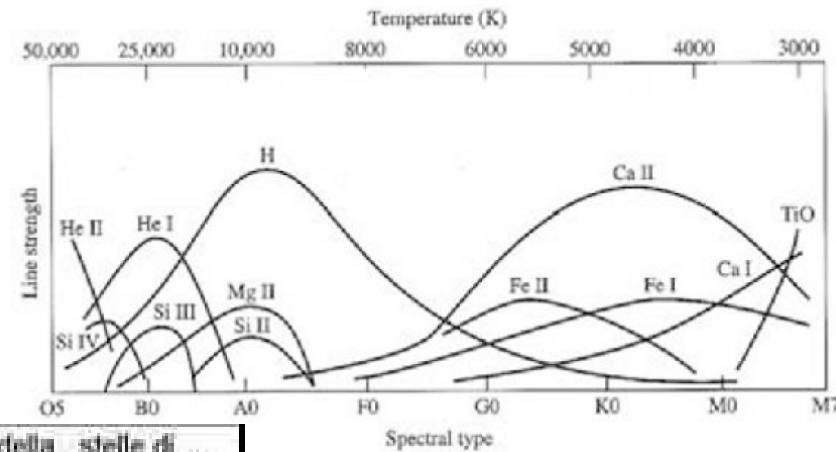


- La classificazione degli spettri iniziata da Fraunhofer fu continuata da Padre Angelo Secchi (1866) il quale classificò come A,B,C,D,E,F,G gli spettri stellari, secondo il decrescere in evidenza delle righe dell'idrogeno e del crescere di quelle del calcio.
- Pickering ed il suo gruppo (Williamina Fleming - 1890) modificarono la sequenza in modo da ottenere una continua decrescita nella temperatura superficiale e quindi nel colore passando dal blu al rosso (Annie Jump Cannon – 1901) . La sequenza così ottenuta (mantenendo i nomi delle classi dati da Padre A. Secchi) è chiamata classificazione di Harvard (1911) e risulta: **O B A F G K M**
- Cecilia Payne-Gaposhkin (1925) sistematizza l'interpretazione degli spettri stellari

SPETTRI STELLARI

Oh, Be A Fine Girl : Kiss Me!OBAFGKM

Ulteriore suddivisione (per T) di ogni lettera in 10 classi numeriche di Morgan Keenan



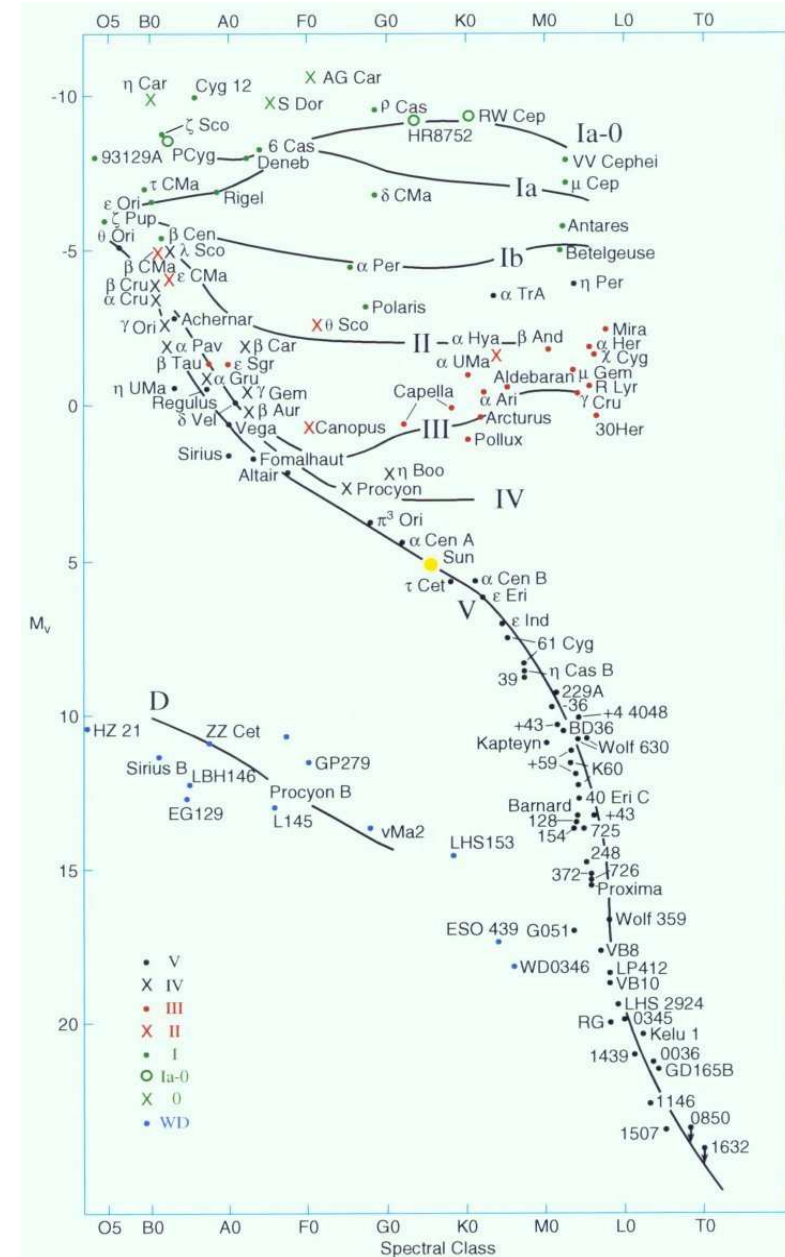
spettro tipico	temperatura alla superficie delle stelle	atomi produttori le principali righe spettrali	grandezza assoluta	colore della radiazione principale	stelle di questo tipo
	O da 35.000 a 40.000 °C	elio ionizzato idrogeno neutro elio ordinario	-6,5		λ di Cefeo
	B da 11.000 a 35.000 °C	elio neutro silicio, magnesio ossigeno, azoto idrogeno neutro	Non		h di Orione Altair
	A da 7.500 a 11.000 °C	metalli (specialmente calcio) che danno righe deboli, idrogeno (righe molto forti)	1,3 -0,6		Sirio Vega
	F da 6.000 a 7.500 °C	metalli (specialmente calcio) che danno righe forti, idrogeno (righe deboli)	3		Procione
	G da 5.100 a 6.000 °C	potassio (righe forti) metalli neutri (righe forti) idrogeno (righe molto deboli)	5 -0,5		Sole Capella
	K da 3.500 a 5.100 °C	metalli neutri (righe forti) idrogeno (righe molto deboli)	0 0		Arturo 61 del Cigno
	M da 2.000 a 3.500 °C	molecole di ossido di titanio (righe forti)	-3 -4 12 o 13		Betelgeuse Antares e molte altre

IL DIAGRAMMA HERTZPRUNG - RUSSEL

- Correlazione tra M e tipo spettrale (temperatura decrescente)
- Sequenza principale V (densità circa 1)
- Sottogiganti IV
- Ramo delle giganti III
- Ramo delle giganti luminose II
- Rami delle supergiganti Ib, Ia, Ia-0
- Zona delle nane D

$$R = \frac{1}{T^2} \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma}}$$

Dal diagramma si ricava la magnitudine assoluta e da questa la distanza in parsec della stella (metodo del parallasse spettroscopico con incertezza di circa 1,6 pc).



L'INTERNO DELLE STELLE

- Le stelle sono composte da una miscela di gas formati da molecole, atomi, ioni ed elettroni. Più radiazione.
- CONDIZIONE DI EQUILIBRIO IDROSTATICO: a contrastare la gravità è la variazione di pressione al variare del raggio: la pressione decresce all'aumentare del raggio.

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M\rho}{r^2} = -\rho g$$

- INTEGRALE DELLA PRESSIONE: $P = \frac{\rho KT}{\mu m_H}$

$$\mu = \frac{\bar{m}}{m_H}$$

è il peso molecolare medio è definito come il rapporto tra la massa media delle particelle di gas e la massa atomica unitaria

- PRESSIONE DI RADIAZIONE: $P_{rad} = \frac{1}{3}aT^4$ dove: $a = 7.56 \cdot 10^{-15} [Nm^{-2} \circ K^{-4}]$

- PRESSIONE TOTALE: $P = \frac{\rho KT}{\mu m_H} + \frac{1}{3}aT^4$

SORGENTI DELL'ENERGIA STELLARE - 1

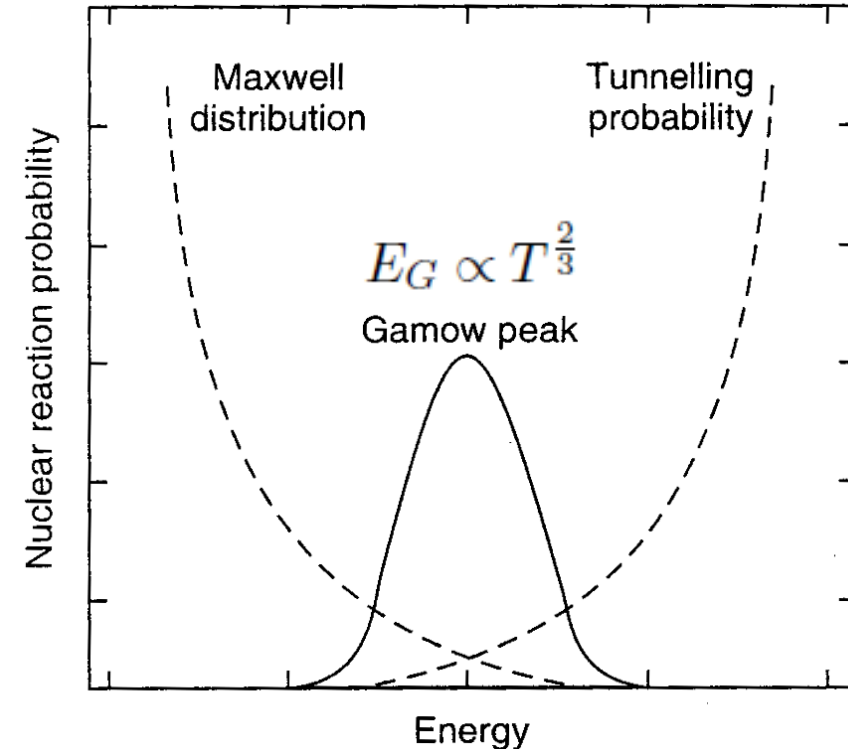
- L'energia potenziale gravitazionale e l'energia chimica sono insufficienti. L'unica fonte sufficiente è quella della fusione nucleare.
- Perché due nuclei di n. atomico Z_1 e Z_2 collidano e si fondano si deve superare una barriera di potenziale di repulsione coulombiana. Si dimostra che grazie all'effetto tunnel, la temperatura necessaria affinché si possa superare la barriera è:

$$T = \frac{4}{3} \frac{m Z_1^2 Z_2^2 e^4}{K h^2} \approx 10^7 [^\circ K]$$

Temperatura possibile al centro del Sole.

SORGENTI DELL'ENERGIA STELLARE - 2

- Il n° di particelle aventi energia compresa tra E ed E+dE si ottiene dalla distribuzione di Maxwell-Boltzmann.
- La probabilità che esse interagiscano è data dalla sezione d'urto che tiene conto dell'effetto tunnel.
- Unendo le due curve si ottiene il rateo delle reazioni in funzione dell'energia con in evidenza il picco di Gamow.
- Il rateo di radiazione dipende dalle frazioni di massa delle due particelle e da una potenza della temperatura $r_{ix} \propto XYT^\beta$ con $1 \leq \beta \leq 40$
- Sia ϵ l'energia per grammo e per secondo rilasciata dalla stella (reazioni nucleari più gravità); il contributo alla luminosità di un elemento di massa dm sarà: $dL = \epsilon dm$ e quella prodotta entro il raggio r sarà data da



$$\frac{dL_r}{dm} = 4\pi\rho r^2\epsilon$$

SORGENTI DELL'ENERGIA STELLARE - 3

- Fusione dell'idrogeno

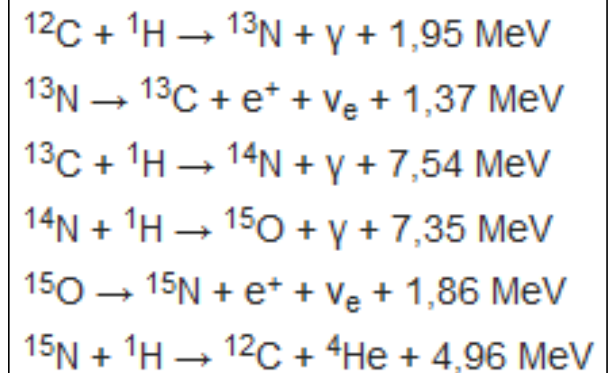
- Catena PP: protone – protone

$$\epsilon \approx \left(\frac{T}{10^6} \right)^4$$

- Catena CNO: carbonio azoto e ossigeno sono catalizzatori

$$\epsilon \approx \left(\frac{T}{10^6} \right)^{19.9}$$

PP I (69%)	PP II (31%)	PP III (0.3%)
${}^1_1\text{H} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^2_1\text{H} + e^+ + \nu_e$	${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2\gamma$	${}^7_4\text{Be} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^8_5\text{B} + \gamma$
${}^2_1\text{H} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + \gamma$	${}^7_4\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu_e$	${}^8_5\text{B} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + e^+ + \nu_e$
${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2\gamma$	${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow 2\gamma + {}^4_2\text{He}$	${}^8_4\text{Be} \rightarrow 2\gamma + 2\gamma + {}^4_2\text{He}$



Nelle stelle di minor massa la temperatura centrale è inferiore e quindi domina la catena PP; in quelle di massa poco maggiore del Sole domina la catena CNO

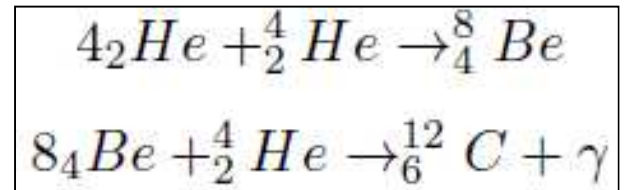
Convertendo H in He il peso molecolare medio aumenta. Se temperatura e densità rimangono costanti, per la legge dei gas la pressione al centro diminuisce e la stella collassa, aumentando la temperatura e la densità

$$PV = nRT \quad \text{essendo} \quad \frac{V}{n} = \frac{M}{\rho} \quad \text{si ha} \quad P \frac{M}{\rho} = RT$$

SORGENTI DELL'ENERGIA STELLARE - 4

- Fusione dell'elio

- T(fusione He) ~ 64 T(fusione H)
- Triplo processo alfa
 - reazione a tre corpi perché il berillio è instabile
 - Il rateo dipende dal cubo della frazione di massa dell'He
 - L'energia emessa dipende drammaticamente dalla temperatura

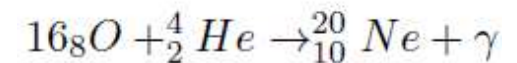
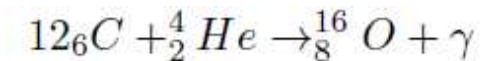


$$r_{ix} \propto Y^3 T^\beta$$

$$\epsilon \approx \left(\frac{T}{10^6} \right)^{41}$$

- Fusioni successive - A temperature sempre maggiori

- Fusione del Carbonio _____
- Fusione dell'Ossigeno _____
- I nuclei più abbondanti nell'universo sono nell'ordine:

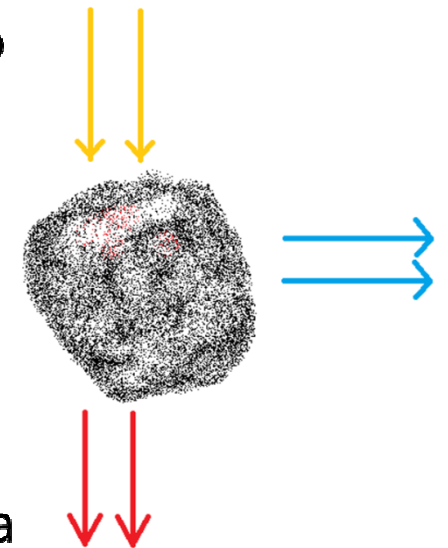


IL MEZZO INTERSTELLARE

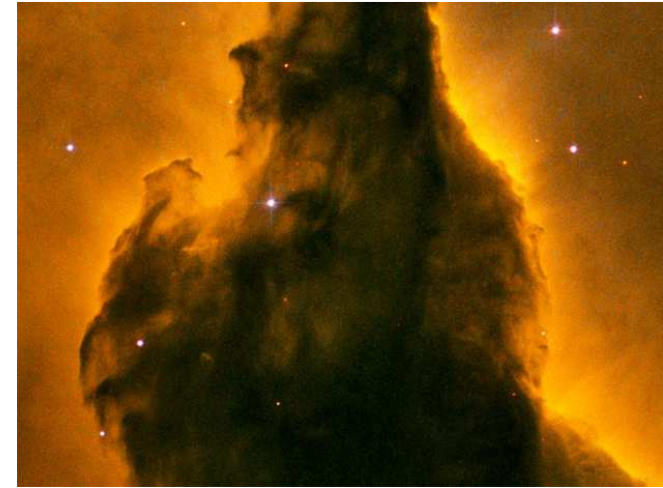
- Attenuazione esponenziale del mezzo interstellare: $I_\lambda = I_{\lambda,0} e^{-\tau_\lambda}$
- Aumento delle magnitudini: $\frac{I_\lambda}{I_{\lambda,0}} = 10^{\frac{m_0 - m}{2,5}}$ τ_λ è la profondità ottica: $\tau_\lambda = \sigma_\lambda N_d$
- Nel modulo di distanza per la magnitudine assoluta si tiene conto dell'attenuazione: $m_\lambda - m_{\lambda,0} = 2,5\tau_\lambda \log_{10} e = 1,086\tau_\lambda$
- Nel 1908 Von Mie dimostrò che l'attenuazione subita dalla luce attraversando il mezzo interstellare dipende dal rapporto fra la dimensione dei granelli di polvere e la lunghezza d'onda della radiazione in gioco (arrossamento interstellare).

$$m_\lambda = M_\lambda + 5 \text{Log}d - 5 + 1.086\tau_\lambda$$

- Dipende dal rapporto tra la dimensione dei granelli di polvere e la lunghezza d'onda λ .
- Più penalizzate le λ corte (blu), si generano l'arrossamento interstellare e le nebulose di riflessione



IL MEZZO INTERSTELLARE (IM)



- Composizione:
 - H (70%)
 - He (~30%);
 - correlando l'estinzione alla λ si vedono picchi di assorbimento di grafite e silicati.

Tipi di nube del IM	Dimensioni [pc]	Forma	Massa [M_{\odot}]	Estinzione a_v [Magnitudini visuali acquisite]	Densità Particelle cm^{-3}
Nubi molecolari traslucide	~ 10 pc	Irregolare	~ 3÷100	~ 1÷5	n~ 500÷5000
Nubi molecolari giganti (NMG)	~ 50	Irregolare	~10 ⁶		
Nuclei delle NMG	~ 0,05 ÷ 1	--	~ 10 ÷ 1000	~ 50 ÷ 1000	~ 10 ⁷ ÷10 ⁹
Globuli di Bok	~ 0,05 ÷ 1	Sferica	~ 1÷1000	~ 10	~ 10 ⁴

- Le osservazioni mostrano che in molti globuli di Bok e nubi molecolari giganti vi `e formazione stellare.

CRITERIO DI JEANS

- Consideriamo una nube interstellare di massa M_c e raggio R_c $\frac{4}{3}\pi R_c^3 \rho = M_c$ $R_c = \sqrt[3]{\frac{4}{3} \frac{M_c}{\pi \rho}}$
- Teorema del Viriale: un sistema, gravitazionalmente legato subisce collasso gravitazionale se l'energia cinetica disordinata (calore) delle sue componenti (molecole) diminuisce fino ad essere inferiore alla metà del potenziale gravitazionale.

$$E_c < \frac{1}{2} |U_g| \quad \text{dove} \quad U_g = -\frac{3}{5} \frac{GM_c^2}{R_c} \quad E_c = \frac{3}{2} NKT \quad N = \frac{M_c}{\mu m_H}$$

- Da questa condizione Jeans calcolò un valore soglia della massa detto massa di Jeans e un valore minimo del raggio detto lunghezza di Jeans superati i quali si sviluppa il collasso gravitazionale:

$$M_J \approx \left(\frac{KT}{G\mu m_H} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{3}{4\pi\rho_0}} \quad R_J \approx \sqrt{\frac{15KT}{4\pi G\mu m_H \rho_0}}$$

$$M_J \propto \sqrt{\frac{T^3}{\rho}}$$

Per una nube	Con Temperatura	Con Densità	Si ottiene una M_J
Diffusa di H atomico	50 °K	500 cm ⁻³	1500 M _⊙
Gigante di H atomico	150 °K	10 ⁸ cm ⁻³	17 M _⊙

$$R_J \propto \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

CADUTA LIBERA

- Per $M_c \approx M_j$ inizia la caduta libera.
- La temperatura rimane costante perché l'energia gravitazionale che si libera è irradiata in quanto la nube è otticamente sottile.
- La caduta libera dura un tempo

$$t_{cl} = \sqrt{\frac{3}{32} \pi \frac{1}{G \rho_0}}$$

- Se $\rho_0 \approx 2 \cdot 10^{-16} \text{ g cm}^{-3}$ si ha:
 $t_{cl} \approx 4700 \text{ anni}$

La condizione di equilibrio idrostatico non è certo raggiunta in questa fase,

per cui: $\frac{dP}{dr} \ll \frac{GM_r \rho}{r^2}$ da cui $\frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{M_r}{r^2}$ dove $M_r = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho_0$

è la massa racchiusa in una sfera di raggio e densità iniziali r_0, ρ_0 . Si moltiplica ambo i membri per la velocità della superficie sferica:

$$\frac{dr}{dt} \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{4}{3} \pi r_0^3 G \rho_0 \frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt} \quad \text{si integra:} \quad \frac{1}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho_0 \frac{G}{r^2} + C_1$$

Si ricava C_1 dalla condizione che la velocità iniziale sia nulla

$$C_1 = -\frac{4}{3} \pi r_0^2 \rho_0 G \quad \text{Sostituendo e risolvendo in termini di velocità:}$$

$$\frac{dr}{dt} = - \left[\frac{8}{3} \pi r_0^2 \rho_0 G \left(\frac{r_0}{r} - 1 \right) \right]^{1/2} \quad \text{(meno perché la nube è in collasso)}$$

Bisogna integrare ancora una volta per ottenere la posizione della nube in funzione del tempo. Si pone: $\vartheta = \frac{r}{r_0}$; $K = \sqrt{\frac{8}{3} \pi r_0 \rho_0 G}$

Da cui $\frac{d\vartheta}{dt} = -K \sqrt{\frac{1}{\vartheta} - 1}$ ponendo ancora $\vartheta = \cos^2 \xi$ si ottiene

$$\cos^2 \xi \frac{d\xi}{dt} = \frac{K}{2} \quad \text{che integrata fornisce} \quad \frac{\xi}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\xi = \frac{K}{2} t + C_2$$

Per $t = 0$ si deve avere $r = r_0 \rightarrow \vartheta = 1 \rightarrow \xi = 0$ da cui $C_2 = 0$.

Pertanto l'equazione cercata è $\xi + \frac{1}{2} \sin 2\xi = K t$ che per

$$r = 0 \rightarrow \vartheta = 0 \rightarrow \xi = \frac{\pi}{2}, \quad \text{fornisce} \quad t_{cl} = \frac{\pi}{2K}$$

FRAZIONAMENTO

- Una stella di massa pari alla nube?
- Durante la caduta libera, finché la nube è otticamente sottile.
 - La temperatura rimane costante
 - La densità cresce moltissimo
 - M_J si riduce
 - Molte zone della nube soddisfanno localmente il criterio di Jeans $M_J \propto \sqrt{\frac{T^3}{\rho}}$
- Quando il calore non è più dissipato la caduta diventa un processo adiabatico
 - La massa di Jeans diventa proporzionale alla densità
 - Ciò genera un valore minimo alla massa delle stelle che si formano pari a circa mezza massa solare.
- A causa del frazionamento la maggior parte delle stelle che si formano sono di piccola massa.

L'energia potenziale gravitazionale liberata vale $U_g = -\frac{3}{5} \frac{GM_c^2}{R_c}$
 Mediata sul tempo fornisce la luminosità (cl=caduta libera):

$$L_{cl} = \frac{U_g}{t_{cl}} \approx \frac{\frac{3}{5} \frac{GM_c^2}{R_c}}{\sqrt{\frac{3}{32} \frac{\pi}{G\rho_0}}} = \sqrt{\frac{96}{25} \pi G^3 \frac{M_c^4}{R_c^2} \rho} = \sqrt{\frac{96}{25} \pi G^3 \frac{3}{4\pi} \frac{M_c^5}{R_c^5}} \propto G^{\frac{3}{2}} \left(\frac{M_c}{R_c}\right)^{\frac{5}{2}}$$

Mentre dal modello stellare a corpo nero si ottiene

$$L_{rad} = 4\pi R^2 \sigma T^4 e$$

Dove e è l'efficienza ($e < 1$). Eguagliando $L_{cl} = L_{rad}$ e ponendo $R_c = R_J$ si ottiene:

$$M_J^{5/2} = \frac{4\pi}{G^{3/2}} R_J^{9/2} \sigma T^4 e$$

Sostituendo l'espressione del raggio di Jeans in cui $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ si ha:

$$M_{J,adiab} = \sqrt{\frac{1}{4\pi\sigma e G^3}} \sqrt[4]{\left(\frac{5K}{\mu m_H}\right)^9} \sqrt[4]{T}$$

E se si sostituiscono i valori delle costanti, ipotizzando $e = 0.1$ si ottiene

$$M_{J,adiab} = 1.69 \cdot 10^{32} \sqrt[4]{T}$$

Quando $T \sim 1200^\circ K$ si ricava proprio $M_{J,adiab} \sim \frac{1}{2} M_\odot$

E si ottiene anche:

$$R_{J,adiab} = \frac{G\mu m_H}{5KT} M_{J,adiab} = 1,3 \cdot 10^{14} cm \approx 10 A. U.$$

STALLO

Continuando le considerazioni precedenti

Con $T \sim 1200^\circ K$ e $M_{J,adiab} \sim \frac{1}{2} M_\odot$; si ottiene anche:

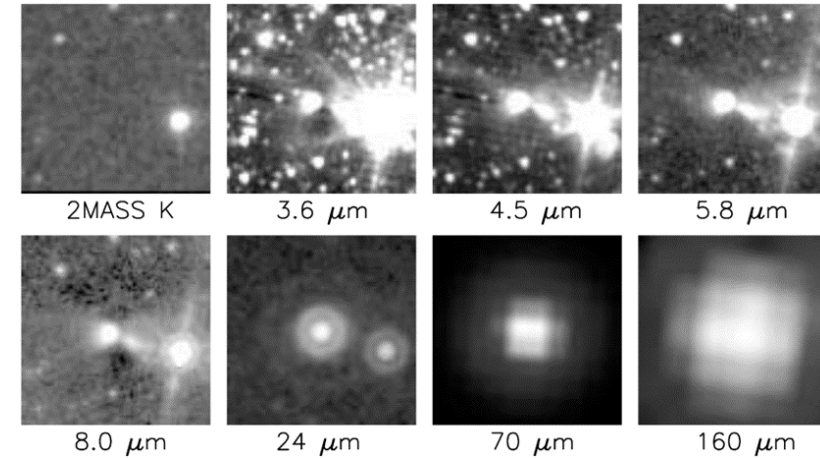
$$R_{J,adiab} = \frac{G\mu m_H}{5KT} M_{J,adiab} = 1,3 \cdot 10^{14} cm \approx 10 A. U.$$

$$\rho = \frac{3}{4\pi} \frac{M_{J,adiab}}{R_{J,adiab}^3} \approx 1,1 \cdot 10^{-10} g cm^{-3}$$

- La caduta libera dura finché la nube è otticamente sottile.
 - L'opacità è dovuta alla polvere
 - La densità cresce fino a $\rho \approx 10^{-10} g cm^{-3}$
- Quando il calore non è più dissipato la caduta diventa un processo adiabatico
- L'equilibrio idrostatico si raggiunge quando il raggio è circa 5 A.U.
- L'energia potenziale gravitazionale è convertita in calore e irradiata come radiazione di corpo nero (infrarossa)

PROTOSTELLA

- La zona sovrastante il centro è ancora in caduta libera e quando raggiunge la zona centrale genera un'onda d'urto con $v > v_{suono}$ che scalda il gas.
- La stella si illumina quando la polvere si vaporizza a 1000°K e la radiazione fuoriesce.
- A 2000°K le molecole di H_2 si scindono in H atomico
 - Ciò sottrae energia al mantenimento dell'equilibrio idrostatico
- Si innesca un secondo collasso che porta la zona centrale al raggio di circa $1 R_{\odot}$.
- Si ristabilisce l'equilibrio idrostatico



Barnard 335 è un globulo di Bok con una protostella. Dista circa 250 pc.



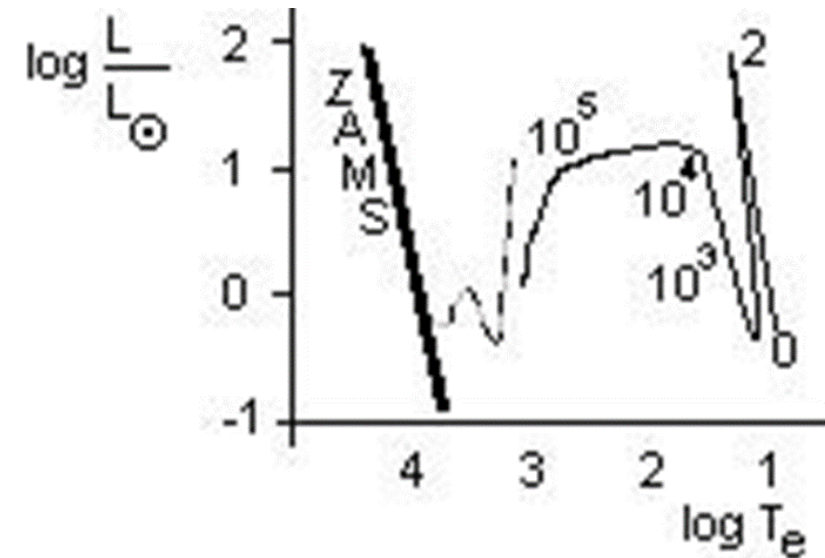
FU-Orionis

IL COLLASSO RALLENTA – HAYASHI TRAK –

- Con l'aumento di temperatura aumenta l'opacità degli strati esterni a causa degli ioni H^-
 - Aumentando l'opacità il collasso rallenta
 - La scala dei tempi è quella di Kelvin-Helmholtz

$$t_{KH} = \frac{\Delta E_g}{L_{star}} \quad \text{per } 1M_{\odot} \Rightarrow t_{KH} \approx 10^7 \text{ anni}$$

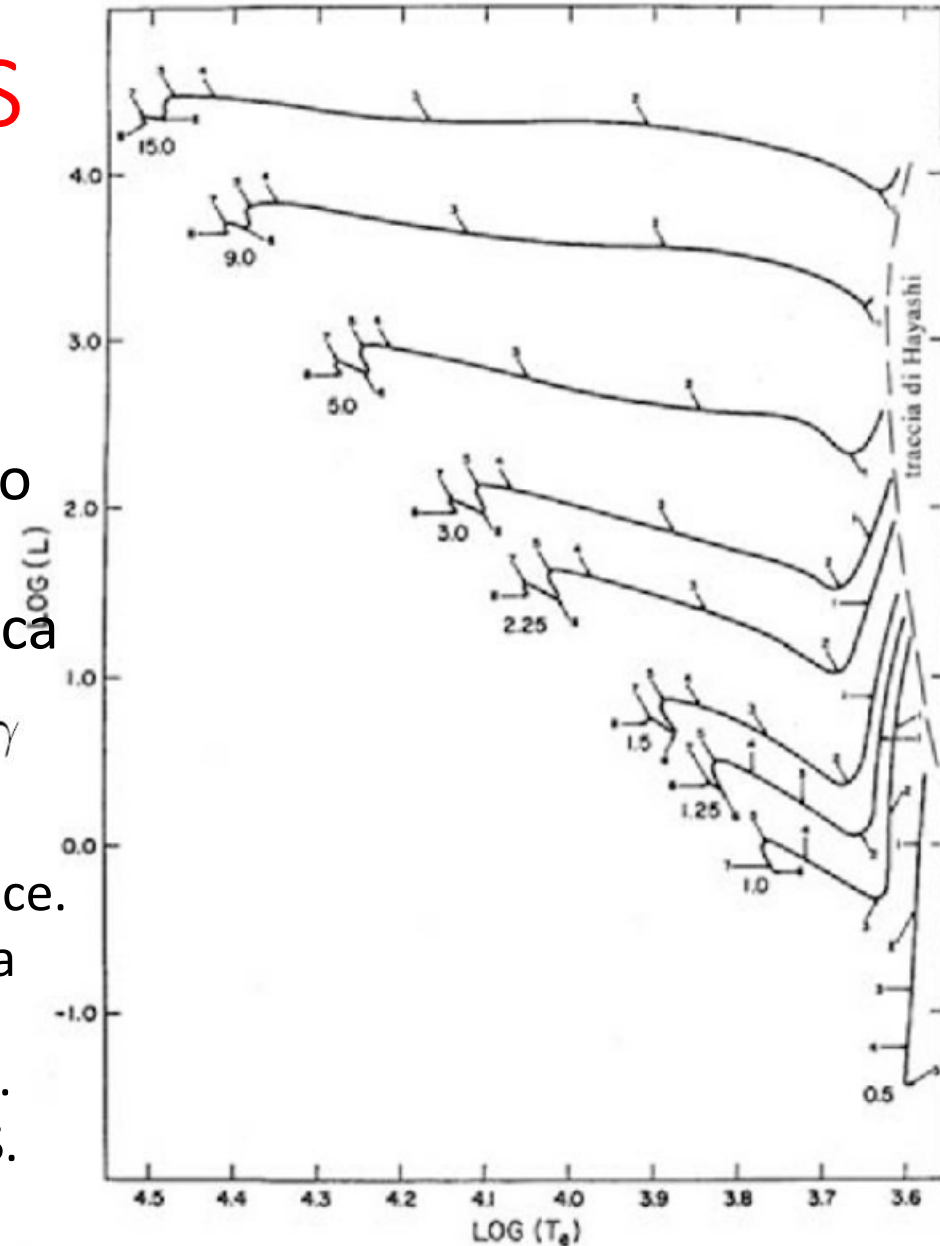
- Si innescano fenomeni convettivi in tutto il volume della protostella
- Hayashi nel 1961 dimostrò che un involucro convettivo profondo costringe lo sviluppo della stella su una traccia quasi verticale nel diagramma HR detta traccia di Hayashi.
 - T quasi costante;
 - R in contrazione per cui L in diminuzione



DALLA HAYASHI TRAK ALLA MS

$M \leq 1M_{\odot}$

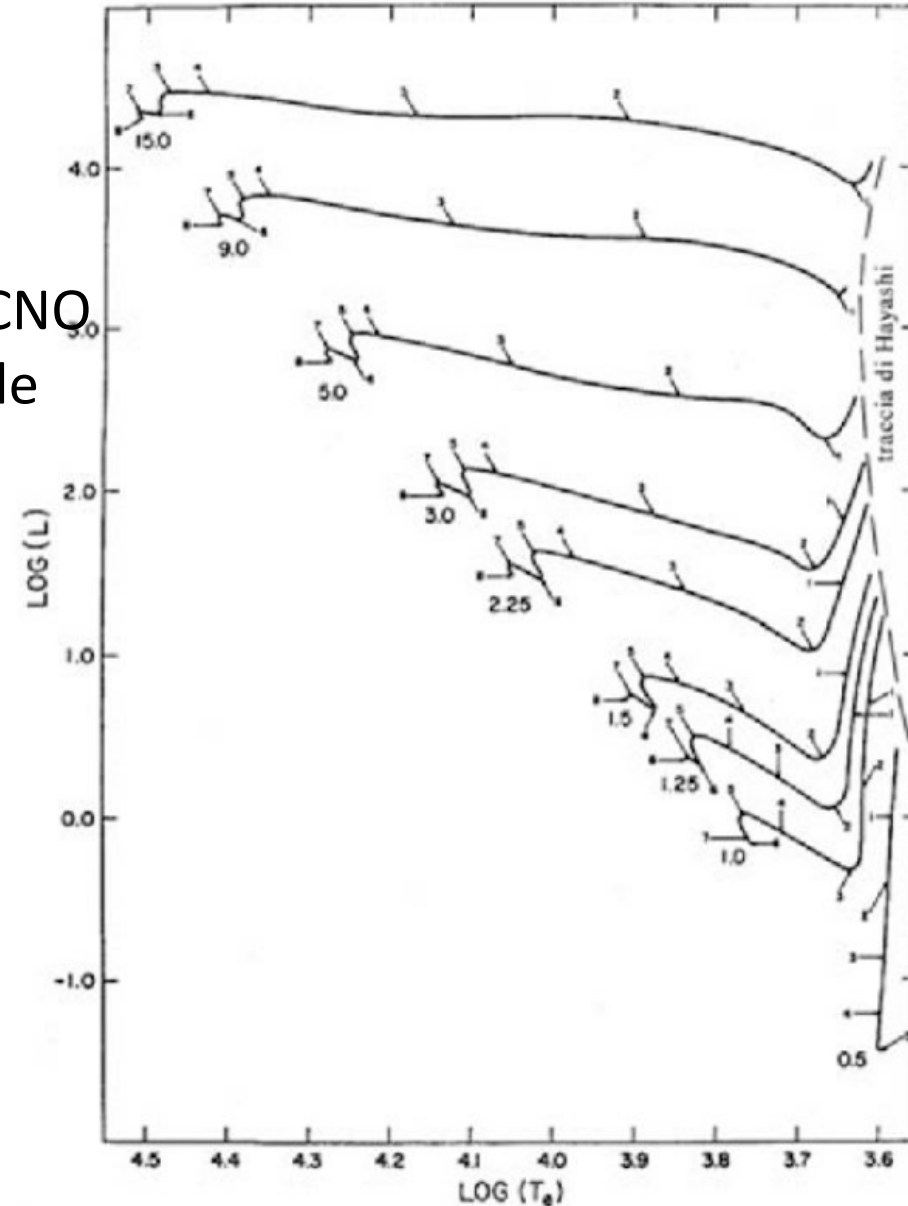
- Per $M < 0,08M_{\odot}$ non raggiungono la ZAMS.
- Per $M < 1M_{\odot}$ rimangono convettive perché a bassa T e alta opacità non si sviluppa un nucleo irradiante
- Per $M \cong 1M_{\odot}$ sono convettive per 1My. Si innesca la prima reazione nucleare ${}^2_1H + {}^1_1H \rightarrow {}^3_2He + \gamma$
 - Il collasso rallenta.
 - T aumenta e l'opacità diminuisce.
 - Si sviluppa un nucleo radiativo e la luminosità cresce.
 - Continua la contrazione e l'aumento di T innesca la crescita delle reazioni PP1 e CNO (1,3 My).
 - La contrazione si ferma e si tramuta in espansione.
 - La luminosità si riduce al livello giusto per la ZAMS.
 - Questi ultimi passi in 110 My.



DALLA HAYASHI TRAK ALLA MS

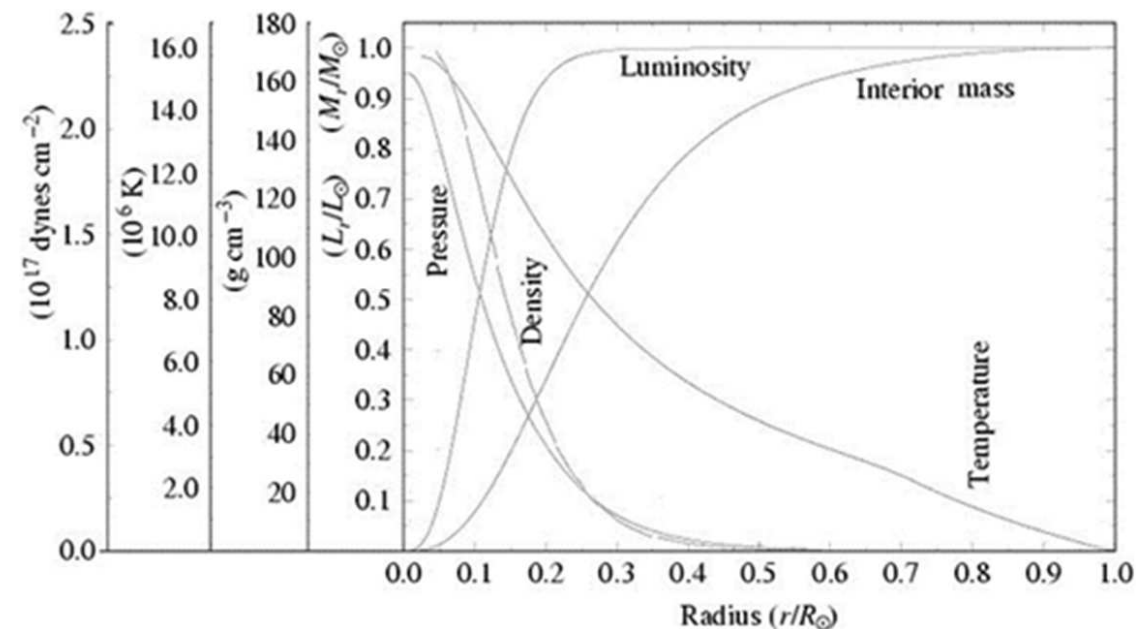
M > 1M

- La T diventa rapidamente sufficiente per il ciclo CNO
- L'evoluzione sul diagramma HR è quasi orizzontale
- Il ciclo CNO è così dipendente dalla temperatura che il nucleo rimane convettivo anche dopo aver raggiunto lo ZAMS
- La T e la L sono così grandi che la pressione di radiazione domina sulla pressione del gas
 - affinché la stella si mantenga in equilibrio, la luminosità non può superare un valore massimo detto limite di Eddington:
$$L_{Edd.} = \frac{4\pi Gc}{\bar{k}} M$$
 - altrimenti è necessaria una perdita di massa.
- La differente frequenza di nascita e la differente velocità di evoluzione fanno sì che le stelle di grande massa siano molto rare.



SULLA SEQUENZA PRINCIPALE

- La scala di tempo sulla MS è regolata dalle reazioni nucleari: $t_n = \frac{E_n}{L_\odot}$
- La conversione H→He aumenta il peso molecolare μ medio, pertanto:
 - La legge dei gas $P_g = \frac{\rho KT}{\mu m}$ indica che la pressione diminuisce
 - Gli strati esterni comprimono il nucleo aumentando la densità ρ
 - È rilasciata energia potenziale gravitazionale di cui (teorema del Viriale):
 - Metà è emessa come radiazione
 - Metà aumenta la temperatura del gas
- L'aumento di temperatura accelera le reazioni nucleari PP: $\epsilon \approx \rho X^2 T_6^4$
 - Ciò sovracompensa gli effetti precedenti
 - Vi è un lieve aumento di luminosità



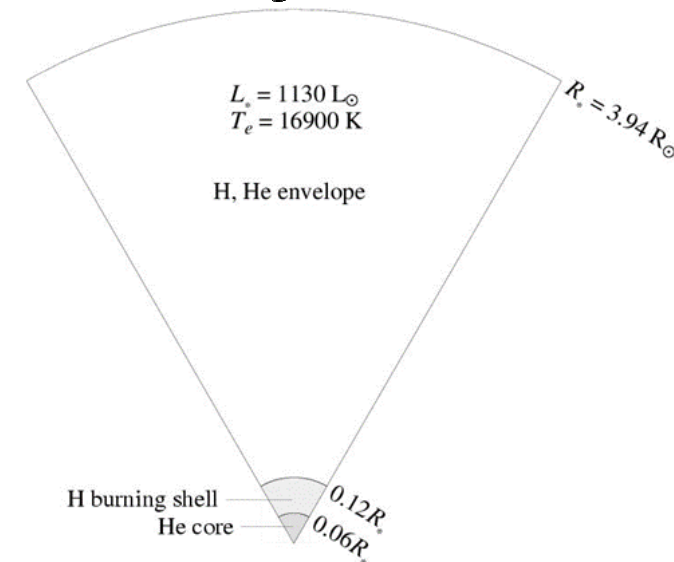
FINE DELLA SEQUENZA PRINCIPALE

- Il consumo dell'H del nucleo avviene in circa $9 \cdot 10^9$ anni per $M=1M_{\odot}$; si creano:
 - un nucleo di He con luminosità quasi nulla
 - un guscio di H a luminosità altissima nel quale continuano le reazioni nucleari e dal quale l' He prodotto cade nel nucleo.
- La massima frazione di massa che può stare nel nucleo isoteramico è data dal limite di Schönberg – Chandrasekhar:

$$\left(\frac{M_{ni}}{M_{tot}}\right)_{SC} \approx 0.37 \left(\frac{\mu_i}{\mu_{ni}}\right)^2$$

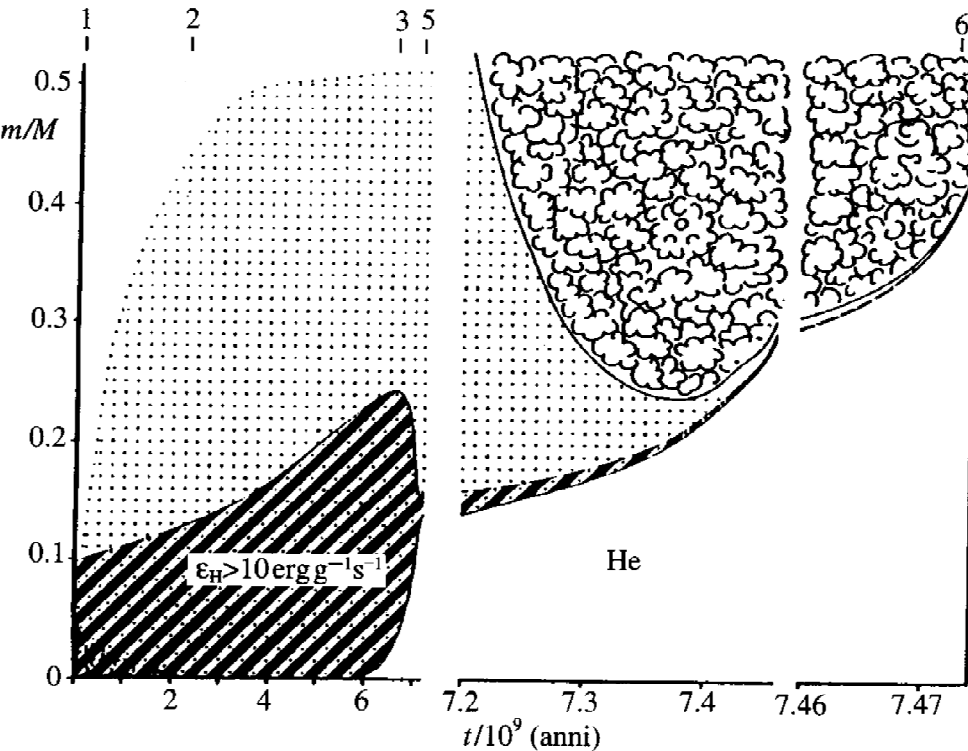
dove μ_i e μ_{ni} sono rispettivamente i pesi molecolari medi dell'involuppo e del nucleo.

- Quando la massa del nucleo supera questo limite il nucleo collassa; per stelle di massa inferiore a $1.2M_{\odot}$ ciò rappresenta la fine della MS.
- Parte dell'energia prodotta non raggiunge la superficie ma alimenta una espansione dell'involuppo; l'espansione diminuisce la temperatura (sottogigante rossa).

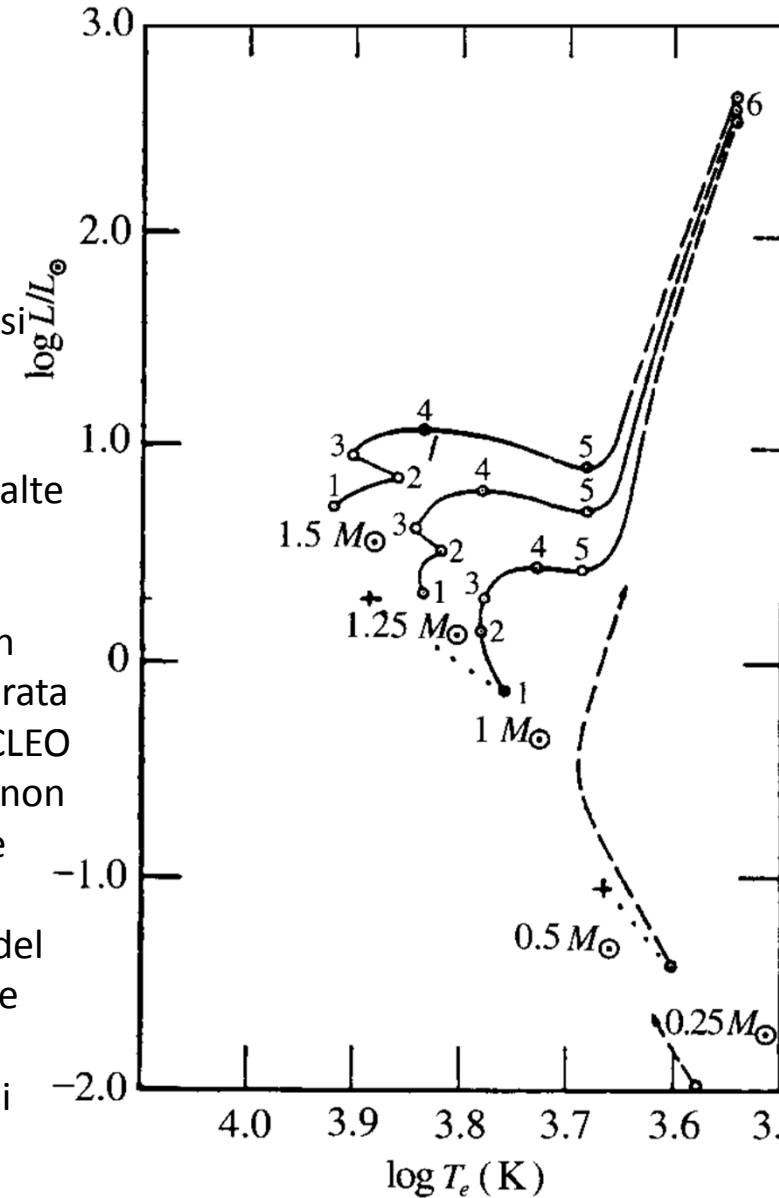


ULTIMI STADI per STELLE con $M < 2M_{\odot}$

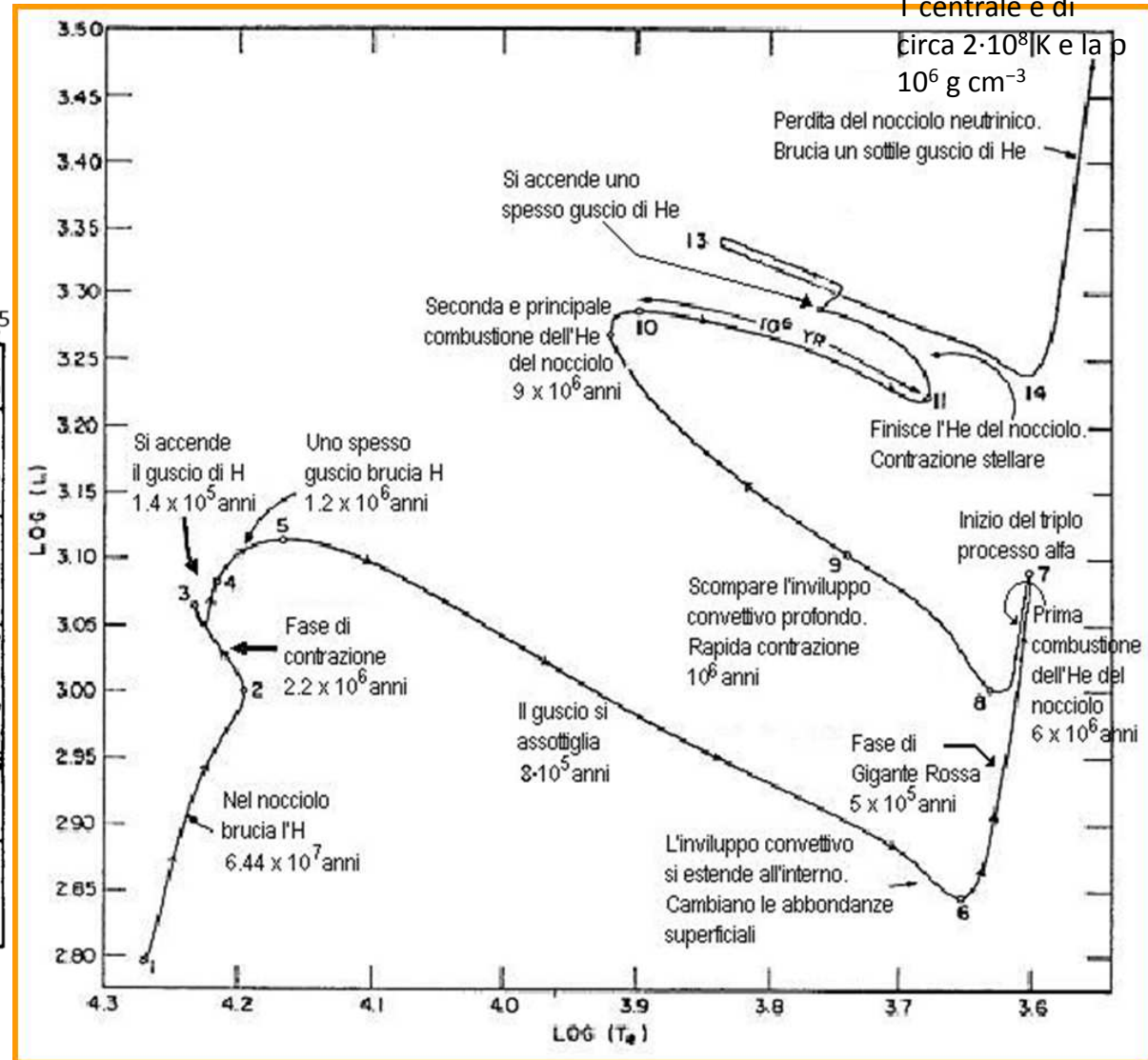
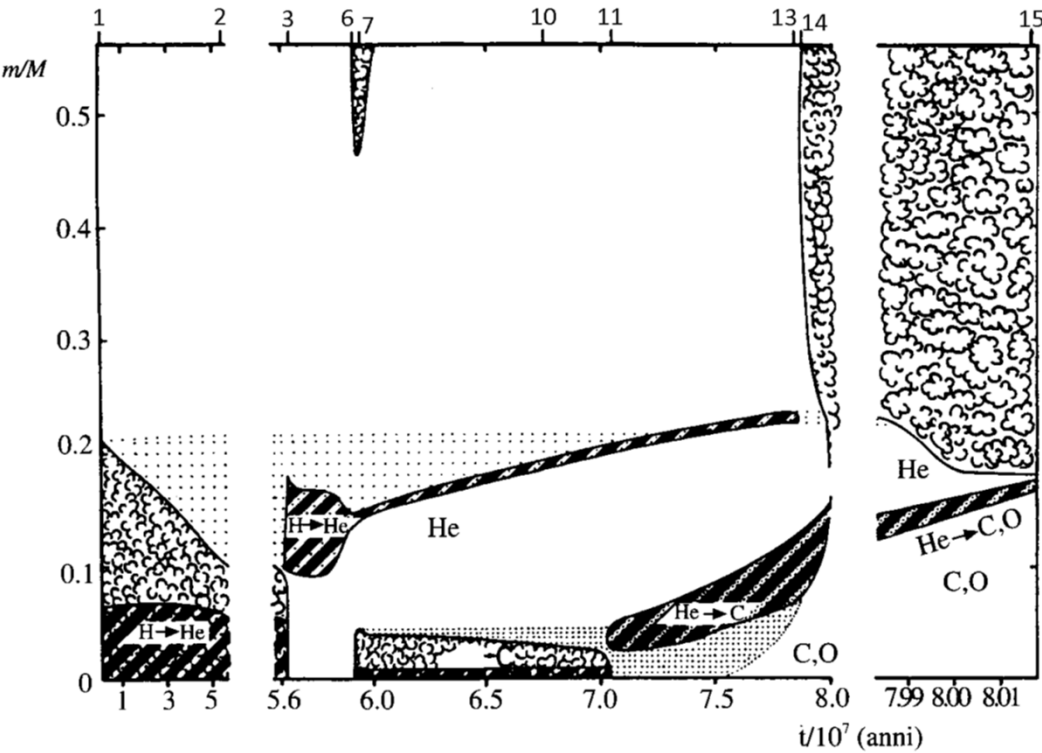
- 2 – Fine Sequenza principale.
- 3 – Si accende uno spesso guscio di H: R--, L--.
- 4 – Il guscio incomincia ad assottigliarsi
- 5 – **Fase di gigante rossa (RGB)**: il guscio diventa molto sottile e la zona convettiva si approfondisce; T_{est} -. La massa del nucleo di He aumenta e così la sua densità, perciò: T_{nucl} ++ seppure, per la degenerazione elettronica, l'opacità k --.



6 - Quando T e r sono alte abbastanza il triplo processo alfa inizia in modo esplosivo con un **Flash** di $10^{10}L_{\odot}$ con durata pochi secondi del NUCLEO di He. Questa energia non raggiunge la superficie perché assorbita dalla seguente espansione del nucleo, dalla rimozione della degenerazione e dalla convezione che si instaura.



ULTIMI STADI per STELLE con $M > 2M_{\odot}$





A questo punto la T centrale è di circa $2 \cdot 10^8$ K e la ρ 10^6 g cm $^{-3}$

Evoluzione finale

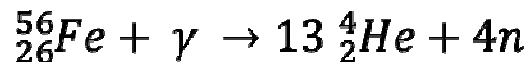
- La stella continua ad evolvere sulla traccia AGB.
- Flash successivi del guscio di He che generano notevole **perdita di massa** che alimenta l'ISM (grafite, silicati).
- Il guscio attivo di He converte He in C e poi in O continuando ad incrementare la massa del nucleo di carbonio e ossigeno
- Il nucleo continua a contrarsi aumentando la ρ (domina la pressione di degenerazione elettronica)
- Viene raffreddato dai neutrini uscenti.
- L'evoluzione ora si differenzia a seconda della massa maggiore o minore di $8 M_{\odot}$

Fine evoluzione $M < 8 M_{\odot}$

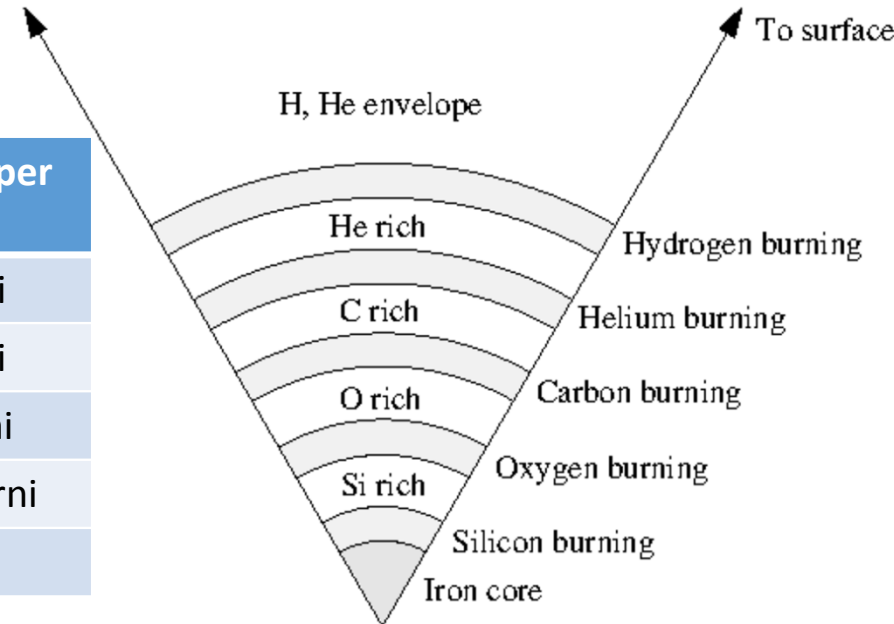
- La perdita di massa è enorme: $\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot}$
- Si autoalimenta per diminuzione della gravità
- Rimangono il nucleo di C, O e i due gusci di He e H ormai spenti
- La luminosità si riduce
- La parte centrale si raffredda  **nana bianca**
- Il gas espulso  **nebulosa planetaria**
 - È eccitato dagli UV emessi dalla nana bianca
 - Ha temperature dell'ordine di $10^4 \text{ } ^{\circ}\text{K}$
 - Si espande con velocità dell'ordine di $10 \div 30 \text{ km/s}$
 - Sono visibili per circa 50.000 anni poi si dissipano nel ISM

Fine evoluzione $M > 8 M_{\odot}$

- Il nucleo di C – O si accende formando $^{16}_8O$, $^{20}_{10}Ne$, $^{23}_{11}Na$, $^{23}_{12}Mg$, $^{24}_{12}Mg$
- Dopo che il C è bruciato, si accende l'O formando un nucleo di $^{28}_{14}Si$
- A 3 miliardi di °K si accende il Silicio che produce $^{54}_{26}Fe$, $^{56}_{26}Fe$, $^{56}_{26}Ni$, ...
- Si forma una struttura a «cipolla» con gusci dall' H, He, C, O, Si, Fe
- Energia/massa sempre inferiore
- Dopo il Fe, ogni ulteriore reazione risulterebbe endotermica.
- Fotodisintegrazione



Combustibile	Durata per $20 M_{\odot}$
Idrogeno	10^7 anni
Elio	10^6 anni
Carbonio	300 anni
Ossigeno	200 giorni
Silicio	2 giorni



Fine evoluzione $M > 8 M_{\odot}$

- Pressione e temperatura enormi: $T \approx 8 \cdot 10^9 \text{ }^{\circ}\text{K}$; $\rho \approx 10^{10} \text{ gcm}^{-3}$
- Fotodisintegrazione: i fotoni sono sufficientemente energetici da spaccare
$${}_{26}^{56}\text{Fe} + \gamma \rightarrow 13 {}_2^4\text{He} + 4n \quad ; \quad {}_2^4\text{He} + \gamma \rightarrow 2 p^+ + 2n$$
 - Processo endotermico a spese dell'energia per sostenere il nucleo
- Fine della degenerazione elettronica
 - Gli elettroni ora liberi si uniscono ai protoni liberati dalla fotodisintegrazione
$$p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e$$
- L'energia sottratta dai neutrini è enorme
 - per confronto: $L_{\text{phot.}} \approx 10^{38} \text{ erg s}^{-1}$; $L_{\nu} \approx 10^{45} \text{ erg s}^{-1}$
- Il nucleo collassa rapidamente in modo omologo ($t_{ff} \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ non dipende dal raggio) ogni strato di pari densità impiega lo stesso tempo a cadere: la velocità di caduta aumenta fino al raggio in cui diventa supersonica.

Esplosione idrodinamica improvvisa

- Gli strati esterni sono lasciati «sospesi» sopra il collasso del nucleo
- Il collasso raggiunge densità $\rho \sim 8 \cdot 10^{14} \text{ g cm}^{-3} \approx 3\rho_{nucl.}$
 - La forza nucleare forte diventa repulsiva (Principio di Pauli)
- Il materiale «rimbalza» su se stesso e un'onda d'urto si propaga verso l'esterno alla velocità del suono
 - L'onda d'urto incontra il materiale in caduta
 - La T aumenta
 - La fotodisintegrazione sottrae energia all'onda d'urto
- Se il nucleo ha $M < 1.2M_{\odot}$ l'onda d'urto riesce ad uscire dal nucleo e a collidere con il materiale soprastante in un tempo di 20ms (esplosione idrodinamica improvvisa).

Esplosione ritardata

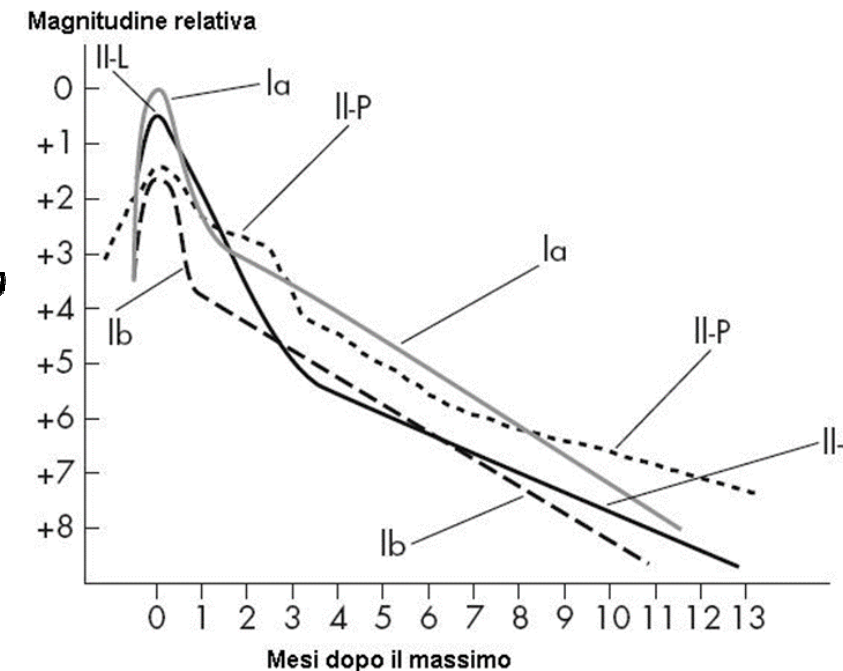
- Se il nucleo ha $M > 1.2M_{\odot}$ l'onda d'urto va in stallo rispetto al materiale in caduta che si accresce su di essa
- Al di sotto si genera una neutrosfera
- Il materiale al di sopra è straordinariamente denso
- Viene scaldato dai neutrini
- Quest'energia fa ripartire l'onda d'urto verso la superficie
- Il destino del nucleo dipende dalla massa iniziale della stella:
 - Per $M_{\text{zams}} < 25M_{\odot} \rightarrow$ stella di neutroni
 - Per $M_{\text{zams}} > 25M_{\odot} \rightarrow$ buco nero
- In ogni caso si produce una tremenda fuoriuscita di neutrini

Supernova tipo-II

- Energia totale dei neutrini $\sim 10^{53} \text{ erg} \approx 100 E_{\text{Sole}}$ in tutta la MS
- Intanto l'onda d'urto risale ancora espandendo il materiale sovrastante con energia cinetica $\sim 10^{51} \text{ erg}$
- Quando il materiale diventa otticamente sottile l'emissione fotonica è spaventosa: $\sim 10^{49} \text{ erg s}^{-1} \approx 10^9 L_{\odot}$
- Nella Galassia una supernova ogni 44 anni
 - Rapido aumento di luminosità $M_{\text{bol}} = -18$
 - Diminuzione continua di luminosità $\dot{M} \sim +7/\text{anno}$
 - Spettri con righe dell'H e di metalli pesanti
 - Rapida espansione (profilo p-Cygni)



Figure 3.8. The picture shows the field of supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud 10 days after the explosion and (on the right) before the explosion. The original progenitor star, Sandlotek -69 232, can be seen on the right-hand image. Image © 1987 Anglo-Australian Observatory. Photograph by David Malin.



Conferme della teoria dell'evoluzione stellare

- SN-1987A
 - Ha seguito quanto previsto
 - Ha evidenziato peculiarità spiegate all'interno della teoria
 - Ha affinato la teoria senza contraddizioni
- L'abbondanza relativa degli elementi nelle stelle e in particolare nella fotosfera del Sole
 - Rispecchia quanto previsto
 - L'eccezione del Litio è spiegata da una inerzia di sprofondamento nelle zone di convezione
- Lo studio degli ammassi stellari
 - Evidenzia l'esistenza di due popolazioni stellari (due generazioni)
 - Il loro diagramma HR conferma la teoria nelle ipotesi che
 - tutte le stelle siano contemporanee e di pari composizione
 - Le loro evoluzioni dipendano solo dalla massa

Bibliografia

- Attilio Ferrari: “Stelle, galassie e universo” Springer 2011
- B.W. Carroll, D. A. Ostlie: “An Introduction to Modern Astrophysics” Addison Wesley Publ. Co. Inc. 1996
- Maurizio Salaris, Santi Cassisi: “Evolution of Stars and Stellar Populations” J. Wiley & Sons 2005
- Alessandro Braccisi: “Dalle Stelle all’universo” Zanichelli 2000.