

**GARA2 2019-20 SECONDARIA DI SECONDO GRADO INDIVIDUALE**
**ESERCIZIO 1 ROBOT**
**Premessa**

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2020, problema ricorrente MOVIMENTI DI UN ROBOT, pagina 34.

**PROBLEMA**

In un campo di gara, sufficientemente ampio, il robot si trova nella casella [7,16] con direzione S (Sud). Trovare la lista L di comandi da assegnare al robot in modo che compia il percorso descritto dalla seguente lista di caselle (comprese le caselle iniziali e finali) e al termine del percorso sia orientato in direzione N (Nord):

[[7,16],[8,16],[9,16],[9,15],[9,16],[9,17]]

Si calcoli inoltre lo stato assunto dal robot dopo aver eseguito sei comandi di L.

Scrivere le soluzioni nella tabella sottostante.

N.B. Nel caso di una rotazione di 180° si usa il *doppio comando a,a*.

L	[ ]
Stato dopo esecuzione di sei comandi di L	[ ]

**SOLUZIONE**

L	[a,f,f,o,f,a,a,f,f]
Stato dopo esecuzione di sei comandi di L	[9,15,E]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE.**

Per risolvere il problema è conveniente visualizzare il percorso, come nella figura che segue (che mostra solo parzialmente il campo di gara, con il valore delle coordinate). Nelle caselle attraversate dal robot è stato inserito un numero. I numeri mostrano l'ordine in cui le caselle sono attraversate.

18											
17									.6		
16						.1	.2	.3 e			
								.5			
15								.4			
14											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Osservando la figura si può determinare la sequenza di comandi che fa compiere tale percorso. Si deve prestare attenzione all'orientamento del robot e al fatto che esso attraversa per due volte la casella [9,16].

La seguente tabella mostra, per ogni comando, l'evoluzione dello stato del robot, e la casella del percorso in cui il comando fa giungere il robot.

Numero comando	Stato partenza	Stato di arrivo	Casella di arrivo	Comando
1	[7,16,S]	[7,16,E]	[7,16]	a



2	[7,16,E]	[8,16,E]	[8,16]	f
3	[8,16,E]	[9,16,E]	[9,16]	f
4	[9,16,E]	[9,16,S]	[9,16]	o
5	[9,16,S]	[9,15,S]	[9,15]	f
6	[9,15,S]	[9,15,E]	[9,15]	a
7	[9,15,E]	[9,15,N]	[9,15]	a
8	[9,15,N]	[9,16,N]	[9,16]	f
9	[9,16,N]	[9,17,N]	[9,17]	f

Le risposte ai quesiti sono contenute nella tabella.

## ESERCIZIO 2 GRAFI

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente GRAFI, pagina 15.

### PROBLEMA

Un commesso viaggiatore deve visitare un insieme di città. Desidera partire da una città e tornare, alla fine del percorso, di nuovo nella città di partenza. Inoltre, vuole visitare tutte le città, ma non vuole passare due volte per la stessa città.

L'insieme di città può essere rappresentato da un grafo con archi non diretti e pesati (il peso di ciascun arco rappresenta la distanza in chilometri tra le città connesse):

arco( $n_4, n_3, 15$ ) arco( $n_2, n_1, 20$ ) arco( $n_3, n_1, 15$ ) arco( $n_4, n_1, 19$ )

arco( $n_2, n_3, 18$ ) arco( $n_2, n_4, 17$ )

Il viaggio del commesso equivale quindi ad un ciclo che attraversa tutti nodi e non ha nodi ripetuti, tranne il primo e l'ultimo che sono ovviamente uguali, come per tutti i cicli; chiamiamo dunque tour un ciclo che attraversa tutti nodi e non ha nodi ripetuti, tranne il primo e l'ultimo.

Si trovi:

1. la lista L1 del tour più corto che inizia da  $n_1$  e visita  $n_4$  prima di  $n_2$ , nonché la sua lunghezza K;
2. la lista L2 del tour che ha lunghezza pari a 69, inizia da  $n_1$  e visita  $n_2$  prima di  $n_3$

Nota sintattica: L1 ed L2 devono riportare i nodi che formano il tour nell'ordine in cui sono attraversati, e il nodo iniziale deve comparire anche alla fine (ad esempio un tour che inizia in  $n_3$  va indicato come  $[n_3, n_4, n_1, n_2, n_3]$ ).

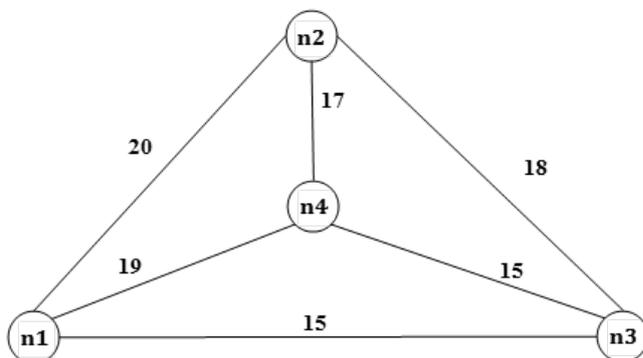
L1	[ ]
K	
L2	[ ]

### SOLUZIONE

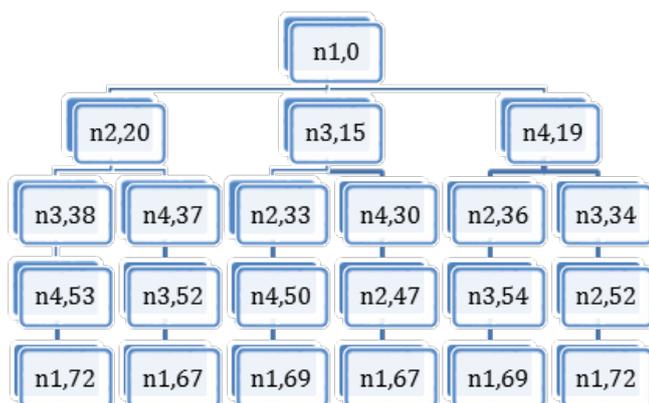
L1	$[n_1, n_3, n_4, n_2, n_1]$
K	67
L2	$[n_1, n_4, n_2, n_3, n_1]$

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema, conviene iniziare disegnando il grafo, dopo aver osservato che è composto da quattro nodi:



Per rispondere agli altri quesiti, conviene considerare tutti i percorsi che partono da n1, attraversano una sola volta ciascuna delle altre città e infine tornano a n1. Ciò può essere fatto tramite la costruzione dell'albero dei percorsi, come nella seguente figura:



Si nota che la lunghezza minima di un tour che parte da n1 è pari a 67. Ci sono due tour di lunghezza 67, ma solo uno dei due prevede di attraversare n4 prima di n2: il tour [n1,n3,n4,n2,n1].

Per trovare L2, si osserva che ci sono due tour di lunghezza 69. Solo uno dei due prevede di attraversare n2 prima di n3: quindi L2=[n1,n4,n2,n3,n1].

**ESERCIZIO 3**

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente KNAPSACK, pagina 22.

**PROBLEMA**

Un deposito contiene i seguenti minerali:

$$\text{tab}(m1,50,45) \quad \text{tab}(m2,100,51) \quad \text{tab}(m3,80,36) \quad \text{tab}(m4,90,96)$$

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 120 kg trovare la lista L delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano



il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V. Scrivere la soluzione nella tabella sottostante.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente, cioè seguendo l'ordine:  
 $m_1 < m_2 < m_3 < \dots$

L	[ ]
V	

### SOLUZIONE

L	[m <sub>2</sub> ,m <sub>3</sub> ]
V	180

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili (cioè con peso complessivo minore o eguale a 120 kg) e tra queste scegliere quella di maggior valore:

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILI
[m <sub>1</sub> ,m <sub>2</sub> ]	50+100=150	45+51=96	si
[m <sub>1</sub> ,m <sub>3</sub> ]	50+80=130	45+36=81	si
[m <sub>1</sub> ,m <sub>4</sub> ]	non calcolato	45+96=141	no
[m <sub>2</sub> ,m <sub>3</sub> ]	100+80=180	51+36=87	si
[m <sub>2</sub> ,m <sub>4</sub> ]	non calcolato	51+96=147	no
[m <sub>3</sub> ,m <sub>4</sub> ]	non calcolato	36+96=132	no

E' utile osservare che le coppie in cui è presente il minerale m<sub>4</sub> eccedono il peso trasportabile dal motocarro quindi risulta inutile calcolarne il valore.

Fra le rimanenti, scegliamo la coppia formata dai minerali m<sub>2</sub> e m<sub>3</sub> perché il suo valore complessivo 180 è maggiore del valore complessivo delle altre coppie trasportabili.

### ESERCIZIO 4 CRITTOGRAFIA

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente CRITTOGRAFIA, pagina 30.

### PROBLEMA

- Usando il cifrario di Cesare, decrittare il messaggio ZMJMELY sapendo che è stato crittato 100 volte con chiave 20 (ogni volta crittando il messaggio ottenuto dalla crittazione precedente)
- Crittare il messaggio AUTOBUS NOVE con la medesima chiave di crittazione con la quale le seguenti parole sono crittate come segue:

ROSA => QBRX

BLU => FPM

VERDE => OZQVZ

NERO => KZQB

TINTO => YLKYB

3. Sapendo che, applicando un algoritmo di crittazione a sostituzione polialfabetica con tavola di Vigenère, il messaggio DIECI NOTTI viene crittato in WZIFQ PWMKM, determinare la chiave, sapendo che è di 7 lettere.

Scrivere le risposte nella tabella sottostante. Se la risposta è costituita da più parole ogni parola deve distanziarsi dall'altra di un SOLO spazio.

1	
2	
3	

#### SOLUZIONE

1	BOLOGNA
2	XMYBFMR KBOZ
3	TREDICI

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Crittare 100 volte con chiave 20 equivale a crittare una sola volta con chiave 24. Infatti abbiamo  $20 \times 100 = 2000 = 76 \times 26 + 24$  (per 76 volte si applica la chiave 26 che non fa nulla perché sposta la lettera A con A, B con B ecc.)

Applicando quindi la chiave 24 avremo da ZMJMELY il messaggio decrittato BOLOGNA.

2. Dal confronto tra parola e sua crittazione otteniamo la corrispondenza seguente

A	B	E	N	O	S	T	U	V
X	F	Z	K	B	R	Y	M	O

che critta AUTOBUS NOVE in XMYBFMR KBOZ

3. Utilizziamo la tavola di Vigenère ottenendo

messaggio	D	I	E	C	I	N	O	T	T	I
crittazione	W	Z	I	F	Q	P	W	M	K	M
chiave	T	R	E	D	I	C	I	T	R	E

È immediato vedere che la chiave è TREDICI

## ESERCIZIO 5

### Premessa

L'insieme dei calcoli proposti in una procedura da eseguire utilizza variabili che rappresentano contenuti modificabili durante l'esecuzione. Quando una variabile viene modificata, il contenuto precedentemente presente viene perso.

*Read* è l'operazione che permette di acquisire i valori iniziali delle variabili, *write* quella che permette di rendere noti i valori delle variabili.

### PROBLEMA

Data la seguente procedura

```

procedure Calcolo1;
variables A, B, C, D integer;
read B;
A = B + 10;
D = (2*A + 2*B)/4;
B = 3*A + 4*D;
C = B - 4*A;
write A, B, C, D;
end procedure;
```

Se all'inizio per la scatola B viene acquisito il valore  $B = 7$ , calcolare i contenuti finali delle variabili (o scatole) A, B, C e D e scriverli nella tabella sottostante.

A	
B	
C	
D	

### SOLUZIONE

A	17
B	99
C	31
D	12

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Operazioni	Calcoli
$A = B + 10$	$A = 7 + 10 = 17$
$D = (2*A + 2*B)/4$	$D = (2*17 + 2*7)/4 = 12$



$B = 3*A + 4*D$	$B = 3*17 + 4*12 = 99$
$C = B - 4*A$	$C = 99 - 4*17 = 31$

### ESERCIZIO 6

#### PROBLEMA

procedure Calcolo2;  
 variables A, B integer;  
 read A, B;  
 A = A\*2;  
 B = A + B;  
 write A, B;  
 end procedure;

Calcolare il valore iniziale di A e B sapendo la procedura stampa i seguenti valori finali A = 170, B = 180. Scrivere le soluzioni nella tabella sottostante.

A	
B	

#### SOLUZIONE

A	85
B	10

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Serve procedere a ritroso: se la procedura stampa i valori finali A = 170, B = 180, l'istruzione B=A+B ha lavorato con un valore precedente di B pari a 10 (180-170); l'istruzione A=A\*2 ha lavorato con un valore precedente di A pari a 85 (170/2). Quindi, i valori iniziali delle due variabili A e B sono 85 e 10.

istruzione	A	B
<i>write A, B;</i>	170	180
$B=A+B;$	170	$180-170=10$
$A=A*2;$	$85*2=170$	10
<i>read A;</i>	85	10

### ESERCIZIO 7

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 40

#### PROBLEMA

procedure Calcolo3;  
 variables A, B, C, temp integer;  
 read A, B, C;



```
if (A > B) {  
  temp = A;  
  A = B;  
  B = temp;  
}  
if (A > C) {  
  temp = A;  
  A = C;  
  C = temp;  
}  
if (B > C) {  
  temp = B;  
  B = C;  
  C = temp;  
}  
write A, B, C;  
end procedure;
```

Calcolare il valore finale di A, B, C corrispondente ai seguenti valori iniziali A = 4, B = 13, C = 11 e scriverli nella tabella sottostante.

A	
B	
C	

#### SOLUZIONE

A	4
B	11
C	13

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si riporta il codice con i commenti sull'esecuzione (preceduti da //)

```
if (A > B) { // falso, quindi le tre istruzioni seguenti non verranno eseguite  
  temp = A;  
  A = B;  
  B = temp;  
}  
if (A > C) { // falso, quindi le tre istruzioni seguenti non verranno eseguite  
  temp = A;  
  A = C;  
  C = temp;  
}  
if (B > C) { // vero, quindi le tre istruzioni seguenti verranno eseguite  
  temp = B;
```



B = C;

C = temp;

}

I valori finali di A, B, C saranno 4, 11 e 13 poiché le tre istruzioni eseguite hanno invertito il contenuto della variabile B con quello della variabile C

## ESERCIZIO 8 PROBLEM

Flixnet is a popular website where you can see a movie between 6 categories (which we'll call A, B, C, D, E and F). After you have finished to watch a movie Flixnet suggests you 8 possible movies that you could like: 4 movies from the category that you have watched the most, 2 from the second, one from the third and the last is randomly chosen between the three least watched categories.

Frank has just finished to watch a movie: now he saw 10 movies of the "A" category, 7 of the "B" category, 4 of the "C" category and zero from the "D", "E" and "F" categories.

Frank now decides to randomly choose only between the suggested movies until he gets bored.

- 1) What is the percentage of choosing a film of the "D" category at the first time?
- 2) What is the percentage of choosing a film of the "B" category at the second time?
- 3) What is the percentage of choosing a film of the "E" category at the first, second, and third times?

Write your answer as integer numbers (without the "%" and rounded up or down to the nearest whole number – e.g. 6.2 becomes 6, 6.8 becomes 7) in the boxes below.

1	
2	
3	

### SOLUTION

1	4
2	25
3	0

### TIPS FOR THE SOLUTION

First of all we observe that even choosing for two times two movies of the same category the "ranking" will not change. So for the first three choice we will always have the same situation: a choice between

A	A	B	C
A	A	B	D/E/F

where in the "last" spot each category has probability  $\frac{1}{3}$  to "appear".

So the first answer is  $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{24} \sim 4.16\% \sim 4\%$



The second answer is  $\frac{2}{8} = 25\%$  (since we're not interested in the first choice).

The third answer is  $\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}\right)^3 = \frac{1}{24^3} \sim 0.00007 \sim 0\%$ .