

#1: La pseudosfera, un modello della geometria iperbolica (Beltrami, 1868)

#2: ottenuta dalla rotazione della trattrice intorno al suo asintoto

#3: InputMode := Word

#4: CaseMode := Sensitive

#5: Equazioni parametriche della superficie

$$\#6: R := \left[ a \cdot \cos(u) \cdot \sin(v), a \cdot \sin(u) \cdot \sin(v), a \cdot \ln\left(\tan\left(\frac{v}{2}\right)\right) + a \cdot \cos(v) \right]$$

#7:  $a \in \text{Rea}l (0, \infty)$

#8:  $u \in \text{Rea}l [-\pi, \pi]$

#9:  $v \in \text{Rea}l (0, \pi)$

#10: Calcolo delle derivate prime

$$\#11: R_u := \frac{d}{du} R$$

$$\#12: R_u := [-a \cdot \sin(u) \cdot \sin(v), a \cdot \cos(u) \cdot \sin(v), 0]$$

$$\#13: R_v := \frac{d}{dv} R$$

$$\#14: R_v := \left[ a \cdot \cos(u) \cdot \cos(v), a \cdot \sin(u) \cdot \cos(v), a \cdot \sin(v) \cdot \cot(v)^2 \right]$$

#15: Coefficienti della 1<sup>a</sup> forma differenziale di Gauss

$$\#16: E := R_u^2$$

$$\#17: E := a^2 \cdot \sin^2(v)$$

$$\#18: F := R_u \cdot R_v$$

$$\#19: F := 0$$

$$\#20: G := R_v^2$$

$$\#21: G := a^2 \cdot \cot^2(v)$$

#22: 1<sup>a</sup> forma differenziale di Gauss

$$\#23: ds^2 = E \cdot du^2 + 2 \cdot F \cdot du \cdot dv + G \cdot dv^2$$

$$\#24: ds^2 = a^2 \cdot \sin^2(v) \cdot du^2 + a^2 \cdot \cot^2(v) \cdot dv^2$$

#25: Calcolo delle derivate seconde

$$\#26: R_{uu} := \frac{d}{du} R_u$$

$$\#27: R_{uu} := [-a \cdot \cos(u) \cdot \sin(v), -a \cdot \sin(u) \cdot \sin(v), 0]$$

$$\#28: R_{uv} := \frac{d}{dv} R_u$$

$$\#29: R_{uv} := [-a \cdot \sin(u) \cdot \cos(v), a \cdot \cos(u) \cdot \cos(v), 0]$$

$$\#30: R_{vu} := \frac{d}{du} R_v$$

$$\#31: R_{vu} := [-a \cdot \sin(u) \cdot \cos(v), a \cdot \cos(u) \cdot \cos(v), 0]$$

$$\#32: R_{vv} := \frac{d}{dv} R_v$$

$$\#33: R_{vv} := \left[ -a \cdot \cos(u) \cdot \sin(v), -a \cdot \sin(u) \cdot \sin(v), -\cos(v) \cdot \left( \frac{a^2}{\sin^2(v)} + a \right) \right]$$

#34: Vettore normale

$$\#35: \text{VettNorm} := \text{CROSS}(R_u, R_v)$$

$$\#36: \text{VettNorm} := [a^2 \cdot \cos(u) \cdot \cos(v), a^2 \cdot \sin(u) \cdot \cos(v), -a^2 \cdot \sin(v) \cdot \cos(v)]$$

#37: Elemento di superficie

$$\#38: dS := \sqrt{(E \cdot G - F^2)} \cdot du \cdot dv$$

$$\#39: dS := a^2 \cdot |\cos(v)| \cdot du \cdot dv$$

#40: Versore normale

$$\#41: \text{VersNorm} := \frac{\text{CROSS}(R_u, R_v)}{\sqrt{(E \cdot G - F^2)}}$$

$$\#42: \text{VersNorm} := [\cos(u) \cdot |\cos(v)|, \sin(u) \cdot |\cos(v)|, -\sin(v) \cdot \text{SIGN}(\cos(v))]$$

#43: Coefficienti della 2<sup>a</sup> forma differenziale di Gauss

#44:  $L := R_{uu} \cdot \text{VersNorm}$

#45:  $L := -a \cdot \text{SIN}(v) \cdot |\text{COS}(v)|$

#46:  $M := R_{uv} \cdot \text{VersNorm}$

#47:  $M := 0$

#48:  $N := R_{vv} \cdot \text{VersNorm}$

#49: 
$$N := \frac{a \cdot |\text{COS}(v)|}{\text{SIN}(v)}$$

#50: Calcolo dei raggi di curvatura principali

#51: 
$$(E \cdot G - F^2) \cdot rc^2 + (2 \cdot F \cdot M - E \cdot N - G \cdot L) \cdot rc^{-1} + (L \cdot N - M^2) = 0$$

#52: 
$$rc^{-1} = -\frac{1}{a} \cdot |\text{COT}(v)|$$

#53: 
$$rc^{-1} = \frac{1}{a} \cdot |\text{TAN}(v)|$$

#54:  $rc = -a \cdot |\text{TAN}(v)|$

#55:  $rc = a \cdot |\text{COT}(v)|$

#56: Curvatura di Gauss

#57: 
$$K := \frac{L \cdot N - M^2}{E \cdot G - F^2}$$

#58: 
$$K := -\frac{1}{a}$$

#59: Curvatura media

#60: 
$$H := -\frac{2 \cdot F \cdot M - E \cdot N - G \cdot L}{2 \cdot (E \cdot G - F^2)}$$

#61: 
$$H := -\frac{\text{COS}(2 \cdot v)}{a \cdot |\text{SIN}(2 \cdot v)|}$$

#62: Direzioni dei versi normali

$$\#63: (F \cdot N - G \cdot M) \cdot \text{SIN}(\theta)^2 + (E \cdot N - G \cdot L) \cdot \text{SIN}(\theta) \cdot \text{COS}(\theta) + (E \cdot M - F \cdot L) \cdot \text{COS}(\theta)^2 = 0$$

$$\#64: \frac{a^3 \cdot \text{SIN}(\theta) \cdot \text{COS}(\theta) \cdot |\text{COS}(\nu)|}{\text{SIN}(\nu)} = 0$$

$$\#65: \theta = -\pi$$

$$\#66: \theta = -\frac{\pi}{2}$$

$$\#67: \theta = 0$$

$$\#68: \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\#69: \theta = \pi$$