polare

Curva polare

Data una curva algebrica piana C, di ordine n, la cui equazione in coordinate omogenee sia $f(x_0, x_1, x_2) = 0$ e fissato comunque il punto $P^0(x^0{}_0, x^0{}_1, x^0{}_2)$, si dice *curva polare* (o assolutamente polare) di P^0 rispetto a C, la curva algebrica C' di ordine $n-1$ che ha equazione

$$x^0_0 \frac{\partial f}{\partial x_0} + x^0_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + x^0_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0$$

Una medesima curva C ha perciò ∞^2 curve polari (una per ogni posizione di P^0 nel piano) che costituiscono una rete. Le polari di C hanno notevole importanza nello studio delle proprietà proiettive di C stessa. Anzitutto si osserva che la polare di P^0 rispetto a C dipende solo da P^0 e da C e non dalle coordinate di P^0 e dall'equazione di C (elementi, questi, che sono in relazione anche agli assi coordinati). Inoltre essa contiene non solo tutti gli eventuali punti singolari di C ma anche i punti di contatto delle rette tangenti a C passanti per P^0: in *fig. 1*, P^0 ha coordinate $(-2,0)$, C è la cubica di equazione $y^2 = x^2(x+1)$, C' è l'ellisse $y^2 = -5x^2-4x$, che è la polare di P^0 rispetto a C. Hanno interesse anche le polari successive di una curva C: *polare seconda* di P^0 rispetto a C è la polare di P^0 rispetto a C', e così via. In particolare la polare $(n-1)$-esima di P^0 è una retta e se P^0 è un punto di C è proprio la retta tangente a C in P^0. È poi importante il *teorema delle polari reciproche* o *legge di reciprocità*, secondo il quale se la polare s-esima di P^0 passa per P^1, la polare $(n-s)$-esima di P^1 contiene P^0.

Retta polare

È la polare di un punto (polo) rispetto a una conica, ovvero più in generale, la polare $(n-1)$-esima di un punto rispetto a una curva Γ d'ordine n. Nel caso di una conica, la polare p di P è anche il luogo geometrico dei punti Q del piano tali che, dette A, B le intersezioni della retta PQ con Γ, i punti $PQAB$ formino un gruppo armonico (*fig. 2*). Inoltre se P è un punto di Γ, p è la tangente in P a Γ (*fig. 3A*); se invece P è esterno a Γ, cioè se da esso si possono condurre a Γ due tangenti reali t, t' (*fig. 3B*), la polare p è la retta che passa per i punti di contatto di t, t'; se, infine, P è interno a Γ (*fig. 3C*) la retta p si può ottenere come congiungente i poli R e S di due rette arbitrarie r, s per P.

https://www.treccani.it/enciclopedia/polare/

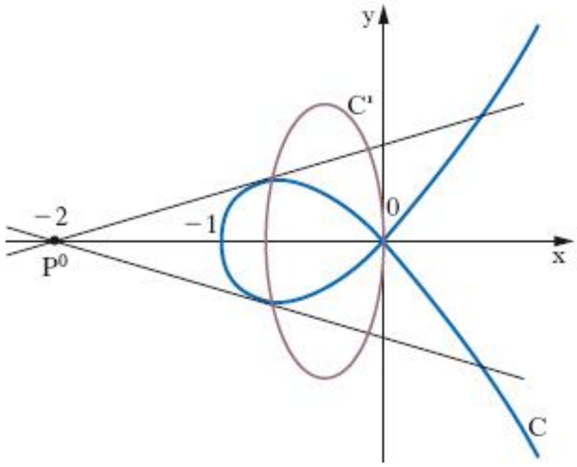

fig. 1

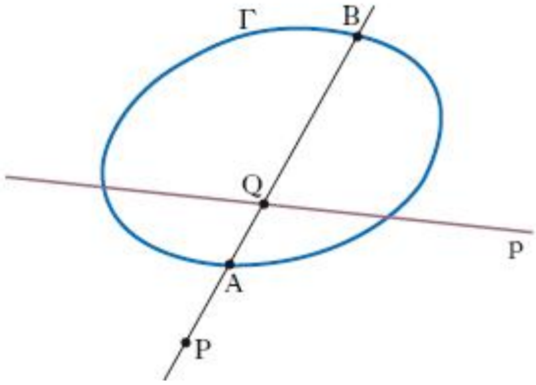

fig. 2

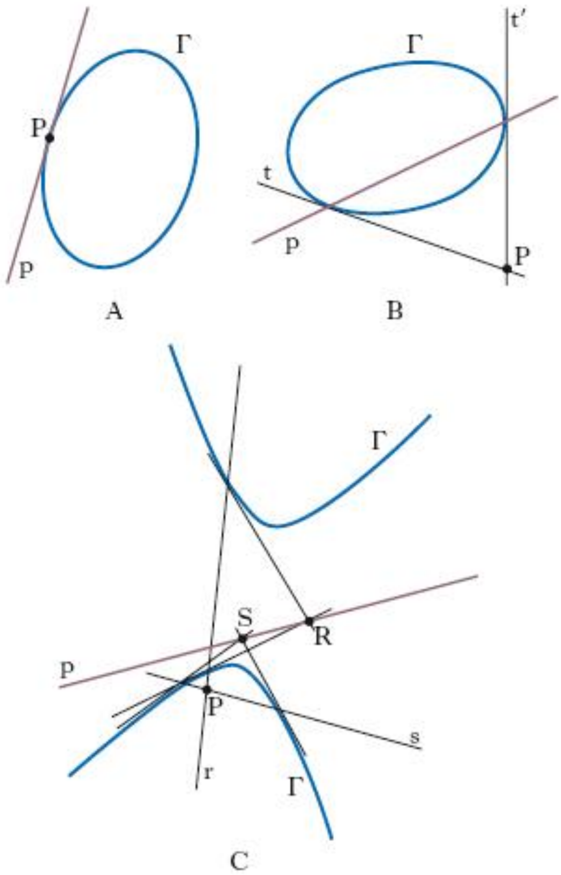

fig. 3