Le trasformazioni di Lorentz.

Sulla base dei due postulati della relatività di Einstein, non è difficile sviluppare (anche se non lo faremo nei particolari qui) le equazioni che correlano le coordinate spaziali e il tempo in due sistemi di riferimento, che si muovono di moto uniforme l'uno rispetto all'altro. Queste equazioni sono analoghe alle trasformazioni galileiane:

$$T_G \begin{cases} x = x' + V t' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \qquad T_G^{-1} \begin{cases} x' = x - V t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

ma contengono differenze sostanziali quando la velocità del moto relativo è confrontabile con la velocità della luce.

Queste equazioni di trasformazione furono sviluppate per la prima volta da Hendrick Antoon Lorentz (ma sulla base di alcune ipotesi *ad hoc* che Einstein in seguito eliminò con i suoi postulati semplificatori) e perciò sono chiamate *equazioni di trasformazione di Lorentz*.

Se i due sistemi di riferimento si muovono l'uno rispetto all'altro lungo i loro rispettivi assi x, le coordinate spaziali e il tempo nei due sistemi di riferimento sono correlati dalle equazioni:

$$T_L \begin{cases} x = \gamma x' + \gamma V t' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma t' + \gamma \dfrac{V x'}{c^2} \end{cases} \qquad T_L^{-1} \begin{cases} x' = \gamma x - \gamma V t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma t - \gamma \dfrac{V x}{c^2} \end{cases}$$

avendo definito $\gamma = \gamma(V)$ come:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}$$

Nell'usare queste equazioni, è sottinteso che l'osservatore O ha un metro rigido con cui misura le distanze x, y, z, e un orologio con cui misura il tempo t. L'osservatore O' è munito di strumenti analoghi per eseguire le corrispondenti misurazioni nel proprio sistema di riferimento e tara i propri strumenti confrontandoli con quelli dell'osservatore O quando i due sistemi sono in quiete l'uno rispetto all'altro. Perciò, quando i due sistemi sono in moto relativo, i due orologi possono essere azzerati simultaneamente e fatti partire nell'istante in cui le due origini coincidono.

Le equazioni precedenti significano che quando l'osservatore O determina che un certo evento è avvenuto nel punto x, y, z e nell'istante t nel sistema di riferimento O, l'osservatore O' vede lo stesso evento nel punto x', y', z' e nell'istante t' nel sistema di riferimento O'.

Si rilevi che le coordinate spaziali *trasversali* al moto relativo dei due sistemi, y e z, non sono influenzate dal moto ed hanno gli stessi valori in entrambi i sistemi.

Se la velocità relativa V è piccola rispetto a c e quindi V/c tende a 0, il fattore γ tende a 1 ed il fattore V / c^2 diventa tanto piccolo da essere trascurabile. Perciò, quando $V \ll c$, le equazioni di Lorentz sono indistinguibili dalle equazioni di Galileo. Poiché nella nostra esperienza quotidiana incontriamo di rado velocità confrontabili con la velocità della luce, il nostro mondo è sostanzialmente newtoniano e gli effetti relativistici direttamente osservabili sono in genere assenti.

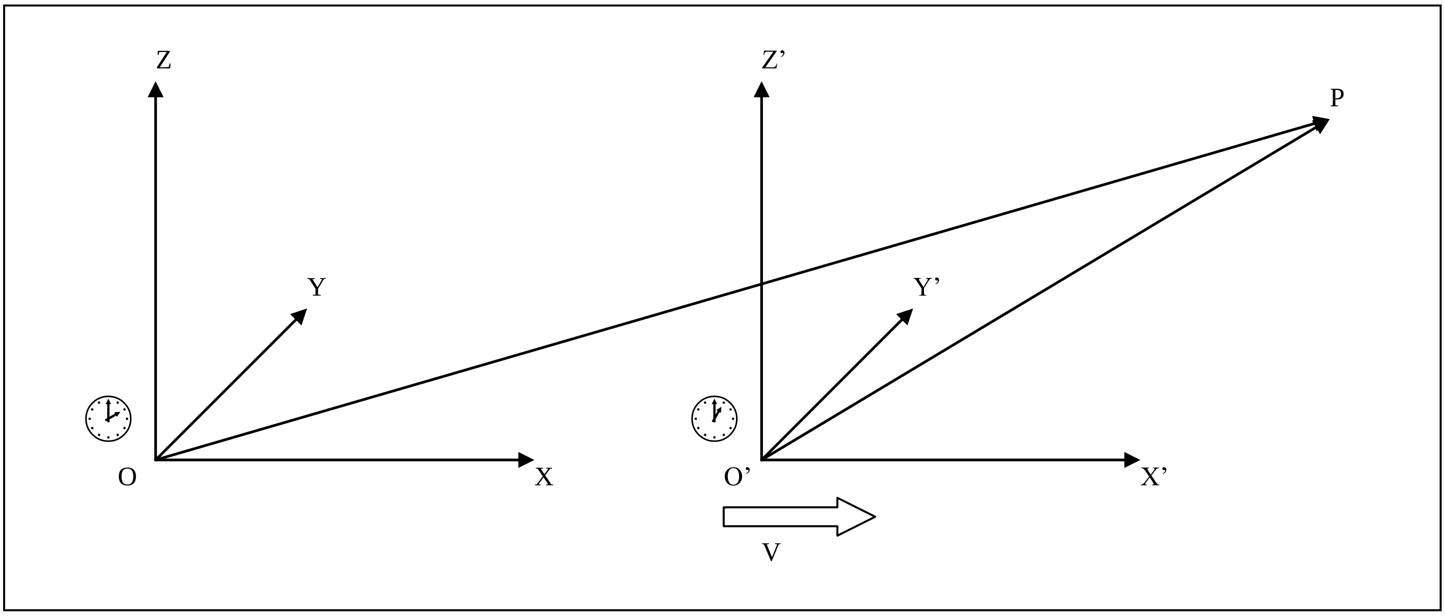

Figura 1. Quando l'osservatore O determina che un certo evento è avvenuto nel punto x, y, z e nell'istante t nel sistema di riferimento O, l'osservatore O' vede lo stesso evento nel punto x', y', z' e nell'istante t' nel sistema di riferimento O'