Integrazione numerica con il metodo di Eulero

C.I. (condizioni iniziali) $\begin{cases} x = x_0 \\ v = v_0 \end{cases}$ $t = 0$ s

Metodo di integrazione $\begin{cases} a_t = F_t/m \\ v_{t+\Delta t} = v_t + a_t \cdot \Delta t \\ x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \cdot \Delta t \end{cases}$

Passo di integrazione: $\Delta t = 1$ s (ad esempio)

t (s)	x (m)	v (m/s)	a (m/s²)	F (N)
0	x_0	v_0	$a_0 = F_0/m$	$F_0 = f(x_0; v_0)$
1	$x_1 = x_0 + v_0 \cdot \Delta t$	$v_1 = v_0 + a_0 \cdot \Delta t$	$a_1 = F_1/m$	$F_1 = f(x_1; v_1)$
2	$x_2 = x_1 + v_1 \cdot \Delta t$	$v_2 = v_1 + a_1 \cdot \Delta t$	…	…
…	…	…	…	…
t	x_t	v_t	$a_t = F_t/m$	$F_t = f(x_t; v_t)$
t+Δt	$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \cdot \Delta t$	$v_{t+\Delta t} = v_t + a_t \cdot \Delta t$	…	…

Il metodo di Eulero presenta un problema di divergenza, se il passo di integrazione non è sufficientemente piccolo. È possibile eliminarlo con una piccola modifica, ovvero calcolando il valore di $x_{t+\Delta t}$ con il valore di $v_{t+\Delta t}$ appena ottenuto al posto di v_t (metodo di Eulero-Cromer[1]).

Integrazione numerica con il metodo di Eulero-Cromer

C.I. (condizioni iniziali) $\begin{cases} x = x_0 \\ v = v_0 \end{cases}$ $t = 0$ s

Metodo di integrazione $\begin{cases} a_t = F_t/m \\ v_{t+\Delta t} = v_t + a_t \cdot \Delta t \\ x_{t+\Delta t} = x_t + v_{t+\Delta t} \cdot \Delta t \end{cases}$

Passo di integrazione: $\Delta t = 1$ s (ad esempio)

t (s)	x (m)	v (m/s)	a (m/s²)	F (N)
0	x_0	v_0	$a_0 = F_0/m$	$F_0 = f(x_0; v_0)$
1	$x_1 = x_0 + v_1 \cdot \Delta t$	$v_1 = v_0 + a_0 \cdot \Delta t$	$a_1 = F_1/m$	$F_1 = f(x_1; v_1)$
2	$x_2 = x_1 + v_2 \cdot \Delta t$	$v_2 = v_1 + a_1 \cdot \Delta t$	…	…
…	…	…	…	…
t	x_t	v_t	$a_t = F_t/m$	$F_t = f(x_t; v_t)$
t+Δt	$x_{t+\Delta t} = x_t + v_{t+\Delta t} \cdot \Delta t$	$v_{t+\Delta t} = v_t + a_t \cdot \Delta t$	…	…

[1] Alan Cromer, *Stable solutions using the Euler Approximation*, American Journal of Physics, **49**, 455-459 (1981)