PROBLEMI E QUESITI DI GEOMETRIA SOLIDA ASSEGNATI NEGLI ULTIMI ESAMI DI STATO

1) Esame di Stato 2004, P.N.I., sessione straordinaria, quesito 1
Calcolare l'ampiezza dell'angolo diedro formato da due facce consecutive di un ottaedro regolare, espressa in gradi sessagesimali e approssimata al secondo. [109°28'16"]

2) Esame di Stato 2005, P.N.I., sessione suppletiva, problema 1
Sono dati una piramide triangolare regolare e il prisma retto inscritto in essa in modo che una base sia la sezione della piramide con il piano equidistante dal suo vertice e dalla sua base.

A) Ammesso di conoscere il volume della piramide, dire se è possibile calcolare il volume del prisma e fornire una esauriente spiegazione della risposta.
B) Posto che lo spigolo della base *ABC* della piramide sia lungo 4 cm:
   1) calcolare la misura dello spigolo della base *MNP* del prisma, complanare ad *ABC* ;
   2) supposto che gli spigoli *AB* e *MN* siano paralleli, riferire il piano dei triangoli *ABC* e *MNP* a un sistema di assi cartesiani avente l'origine in *A* e l'asse delle ascisse coincidente con la retta *AB* e trovare le coordinate dei vertici di tali triangoli;
   3) determinare quindi l'equazione della parabola avente l'asse perpendicolare alla retta *AB* e passante per i punti *A*, *B*, *M* e verificare che passa pure per *N* ;
   4) dopo aver spiegato perché la trasformazione che muta il triangolo *ABC* nel triangolo *MNP* è una similitudine, trovarne le equazioni;
   5) spiegare esaurientemente, col metodo preferito, com'è posizionata la circonferenza circoscritta al triangolo *MNP* rispetto al triangolo *ABC*. [$V_{prisma} = V_{piramide}/8$; 2 cm; $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^2 + \frac{4}{9}\sqrt{3}x$; inscritta ad ABC]

3) Esame di Stato 2006, P.N.I., quesito 2
Siano *AB*, *AC*, *AD* tre spigoli di un cubo. Sapendo che uno spigolo è lungo *s*, calcolare la distanza del vertice *A* dal piano dei punti *B*, *C*, *D*. $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}s\right]$

4) Esame di Stato 2006, P.N.I., quesito 2
I poliedri regolari - noti anche come *solidi platonici* - sono, a meno di similitudini, solo cinque: il tetraedro, il cubo, l'ottaedro, il dodecaedro e l'icosaedro. Sai dimostrarlo?

5) Esame di Stato 2002, sperimentazioni autonome, sessione suppletiva, quesito 1
Esprimere in funzione dello spigolo *s* l'altezza di un tetraedro regolare.

6) Esame di Stato 2001, ordinamento, sessione suppletiva, problema 1
Una piramide retta, di vertice *V*, ha per base il triangolo *ABC*, rettangolo in *A*, la cui area è $24a^2$, dove *a* è una lunghezza assegnata. Si sa inoltre che $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{3}{5}$ e che il piano della faccia *VAB* della piramide forma con il piano della base *ABC* un angolo γ tale che $\operatorname{sen}\gamma = \frac{12}{13}$.
a) Calcolare l'altezza della piramide.
b) Controllato che essa è $\frac{24}{5}a$, calcolare la distanza del vertice *C* dal piano della faccia *VAB*.
… $\left[\frac{24}{5}a; \frac{96}{13}a\right]$

7) Esame di Stato 1999, P.N.I., problema 2

In un piano α è assegnato il triangolo ABC, retto in B, i cui cateti AB e BC misurano rispettivamente 4 e 3. Si conduca per A la perpendicolare al piano α e sia V un punto di questa per cui VA = AB.

Il candidato:

a) dimostri geometricamente o algebricamente, che, come tutte le altre facce del tetraedro VABC, anche la faccia VBC è un triangolo rettangolo, il cui angolo retto è VBC;
b) calcoli il volume e la superficie totale del tetraedro;
c) detto M il punto medio di VA e P un punto dello stesso segmento a distanza x da V, esprima in funzione di x il volume v del tetraedro MPQK, essendo Q ed R le rispettive intersezioni degli spigolo VB e VC con il piano β parallelo ad α e passante per P;

… $\left[8;\ 24+6\sqrt{2};\ v(x)=\frac{1}{8}x^2|x-2|\right]$

8) Esame di Stato 2009, P.N.I., quesito 4

«Esiste solo un poliedro regolare le cui facce sono esagoni». Si dica se questa affermazione è vera o falsa e si fornisca una esauriente spiegazione della risposta.

9) Esame di Stato 2008, P.N.I., quesito 6

I lati di un parallelepipedo rettangolo misurano 8, 9, e 12 cm. Si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'ampiezza dell'angolo che la diagonale mandata da un vertice fa con ciascuno dei tre spigoli concorrenti al vertice. [61°55'39"; 58° 2' 3"; 45° 5' 55"]

10) Esame di Stato 2010, P.N.I., quesito 2

Siano ABC un triangolo rettangolo in A, r la retta perpendicolare in B al piano del triangolo e P un punto di r distinto da B. Si dimostri che i tre triangoli PAB, PBC, PCA sono triangoli rettangoli.

11) Esame di Stato 2011, P.N.I., quesito 9

Si provi che, nello spazio ordinario a tre dimensioni, il luogo geometrico dei punti equidistanti dai tre vertici di un triangolo rettangolo e la retta perpendicolare al piano del triangolo passante per il punto medio dell'ipotenusa.

12) Esame di Stato 2012, P.N.I., quesito 7

E' dato un tetraedro regolare di spigolo l e altezza h. Si determini l'ampiezza dell'angolo formato da l e da h.