

Coniche a centro traslate non ruotate

L'equazione di una conica a centro (circonferenza, ellisse o iperbole) traslata non ruotata ha la forma generale:

$$A x^2 + B y^2 + C x + D y + E = 0$$

Esaminiamo i vari casi e le formule per il calcolo delle coordinate del centro C e dei semiassi a e b.

Circonferenza

La circonferenza è un caso particolare di ellisse con i due semiassi uguali e pari al raggio; l'equazione più generale di una circonferenza ha la stessa forma dell'equazione dell'ellisse con i coefficienti A e B **uguali**:

$$A x^2 + A y^2 + C x + D y + E = 0$$

L'equazione precedente può essere ridotta facilmente a forma canonica dividendo l'equazione per A:

$$x^2 + y^2 + \frac{C}{A} x + \frac{D}{A} y + \frac{E}{A} = 0$$

Detti α e β l'ascissa e l'ordinata del centro C ed r il raggio avremo:

$$\alpha = -\frac{C}{2A} \quad \beta = -\frac{D}{2A} \quad r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - \frac{E}{A}}$$

La circonferenza è reale se il raggio è reale.

Ellisse

Nell'ellisse, a differenza della circonferenza, non è possibile riportare l'equazione a forma canonica con una semplice divisione, perché i coefficienti A e B sono **diversi** fra loro, ma con lo **stesso segno**:

$$A x^2 + B y^2 + C x + D y + E = 0$$

Detti α e β l'ascissa e l'ordinata del centro C ed a e b i due semiassi avremo:

$$\alpha = -\frac{C}{2A} \quad \beta = -\frac{D}{2B} \quad a = \sqrt{\frac{A\alpha^2 + B\beta^2 - E}{A}} \quad b = \sqrt{\frac{A\alpha^2 + B\beta^2 - E}{B}}$$

L'ellisse è reale se i due semiassi sono reali. Come si può vedere le formule per il calcolo di α e β e di r nella circonferenza sono un caso particolare di quelle per l'ellisse con A=B.

Iperbole

Anche nell'iperbole non è possibile riportare l'equazione a forma canonica con una semplice divisione, perché i coefficienti A e B sono **diversi** fra loro e di **segno opposto**:

$$A x^2 + B y^2 + C x + D y + E = 0$$

Detti α e β l'ascissa e l'ordinata del centro C ed a e b i due semiassi avremo:

$$\alpha = -\frac{C}{2A} \quad \beta = -\frac{D}{2B} \quad a = \sqrt{\frac{A\alpha^2 + B\beta^2 - E}{A}} \quad b = \sqrt{\frac{A\alpha^2 + B\beta^2 - E}{B}}$$

La radice reale è il semiasse trasverso, la radice immaginaria (divisa per **i**) è il semiasse non trasverso.