Analisi statistica dei dati sperimentali

Negli esperimenti di laboratorio può capitare di dover misurare "a mano" grandezze fisiche mediante l'uso di strumentazione dotata di sensibilità decisamente migliore rispetto ai tempi di reazione dello sperimentatore umano. L'esempio tipico è la misura manuale di un tempo con un cronometro a sensibilità 1/100 di secondo; l'essere umano ha dei tempi di risposta decisamente più lunghi intorno ai 5/10 di secondo. In tal caso risulta assai conveniente ripetere molte volte la misurazione e utilizzare molti sperimentatori diversi: in tal modo gli errori accidentali potranno essere ridotti considerevolmente, grazie all'analisi statistica dei dati.

Misurazioni effettuate molte volte (almeno 10)

Siano x_1, x_2, …, x_n i valori ottenuti sperimentalmente, con n pari almeno a 10 o superiore. Calcoliamo il valor medio $\overline{x}$ delle misure mediante la formula:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \qquad \{ =\text{MEDIA(valori)} \}$$

Tra parentesi viene indicato il nome della funzione da utilizzare con il foglio elettronico.
Calcoliamo quindi il valore della deviazione standard campionaria (o scarto quadratico medio campionario) delle singole misure mediante la formula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_n - \overline{x})^2}{n - 1}} \qquad \{ =\text{DEV.ST(valori)} \}$$

Non utilizzare nel foglio elettronico la funzione =DEV.ST.POP(…), perché calcola la deviazione standard per l'intera popolazione, cioè divide la somma degli scarti al quadrato per n e non per n–1, fornendo così una stima non corretta per σ.
Calcoliamo infine il valore della deviazione standard della media (o scarto quadratico medio della media) con la formula:

$$\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \{ =\sigma/\text{RADQ(n)} \}$$

Il valore di $\sigma_{\overline{x}}$ costituisce la stima migliore per l'errore[1] sul valore di $\overline{x}$. Come si può vedere aumentando il numero n di misurazioni l'errore accidentale si riduce, anche se molto lentamente, come la radice di n. Quindi se si vuole aumentare di 1 posizione decimale la precisione nella determinazione di x è necessario moltiplicare per un fattore 100 il numero delle misure.
Attenzione pero! Si potrebbe essere portati a credere che sia sufficiente aumentare finche si vuole il numero n delle misurazioni per ottenere risultati precisissimi, ma ciò sarebbe un grave errore. Infatti non si terrebbero in tal caso in conto gli errori sistematici sempre presenti in tutte le misurazioni e dipendenti dalla taratura dello strumento. Nell'esempio del cronometro a 1/100 di secondo, sarebbe inutile spingere le misurazioni al punto da ottenere un valore per $\sigma_{\overline{x}}$ inferiore a 0,01 s, perché in tal caso l'errore da riportare nel risultato finale sarebbe comunque la sensibilità del cronometro.
Quindi in definitiva la stima corretta per il valore dell'errore Δx è la seguente:

$$\Delta x = \text{il massimo fra } \sigma_{\overline{x}} \text{ e la sensibilità dello strumento} \qquad \{ =\text{MAX}(\sigma_{\overline{x}};\text{sens}) \}$$

Il risultato finale sarà quindi espresso nella consueta forma:

$$x = (\overline{x} \pm \Delta x) \text{ u.d.m.}$$

[1] In questa trattazione si è assunto come stima dell'errore su $\overline{x}$ direttamente il valore di $\sigma_{\overline{x}}$; in tal caso si avrà una probabilità pari al 68,26% che il valore "vero" della misura cada nell'intervallo fra $\overline{x}-\sigma_{\overline{x}}$ e $\overline{x}+\sigma_{\overline{x}}$. Se si volesse essere più cauti è anche possibile considerate come errori $2\sigma_{\overline{x}}$ o $3\sigma_{\overline{x}}$ con una probabilità rispettivamente del 95,44% e del 99,74%.