#1: Un altro modello della geometria iperbolica a curvatura costante negativa

#2: La superficie è stata definita parametricamente in modo che la 1ª forma differenziale

#3: di Gauss sia uguale a quella della sfera con il coseno iperbolico al posto del coseno

#4: $ds^2 = a^2 COS(v)^2 du^2 + a^2 dv^2 \quad -> \quad ds^2 = a^2 CH(v)^2 du^2 + a^2 dv^2$

#5: CaseMode := Sensitive

#6: InputMode := Word

#7: Definizione delle funzioni iperboliche in forma simbolica per evitare

#8: che Derive trasformi COSH e SINH in esponenziali complessi

#9: CH(x) :=

#10: SH(x) :=

#11: Equazioni parametriche della superficie, R:=R(u,v)

#12: $R := \left[a \cdot CH(v) \cdot COS(u),\ a \cdot CH(v) \cdot SIN(u),\ a \cdot \int_0^v \sqrt{(1 - SH(t)^2)}\ dt\right]$

#13: $a :\in Real\ (0, \infty)$

#14: $u :\in Real\ [-\pi, \pi]$

#15: $v :\in Real\ [0, LN(\sqrt{2} + 1)]$

#16: Calcolo delle derivate prime

#17: $R\_u := \frac{d}{du} R$

#18: $R\_u := [- a \cdot CH(v) \cdot SIN(u),\ a \cdot CH(v) \cdot COS(u),\ 0]$

#19: $R\_v := \frac{d}{dv} R$

#20: $R\_v := \left[a \cdot SH(v) \cdot COS(u),\ a \cdot SH(v) \cdot SIN(u),\ a \cdot \sqrt{(1 - SH(v)^2)}\right]$

#21: Coefficienti della 1ª forma differenziale di Gauss

#22: $E := R\_u^2$

#23: $E := a^2 \cdot CH(v)^2$

#24: $F := R\_u \cdot R\_v$

#25: $F := 0$

#26: $G := R\_v^2$

#27: $G := a^2$

#28: 1ª forma differenziale di Gauss

#29: $ds^2 = E \cdot du^2 + 2 \cdot F \cdot du \cdot dv + G \cdot dv^2$

#30: $ds^2 = a^2 \cdot CH(v)^2 \cdot du^2 + a^2 \cdot dv^2$

#31: Calcolo delle derivate seconde

#32: $R\_uu := \frac{d}{du} R\_u$

#33: $R\_uu := [- a \cdot CH(v) \cdot COS(u), - a \cdot CH(v) \cdot SIN(u), 0]$

#34: $R\_uv := \frac{d}{dv} R\_u$

#35: $R\_uv := [- a \cdot SH(v) \cdot SIN(u), a \cdot SH(v) \cdot COS(u), 0]$

#36: $R\_vu := \frac{d}{du} R\_v$

#37: $R\_vu := [- a \cdot SH(v) \cdot SIN(u), a \cdot SH(v) \cdot COS(u), 0]$

#38: $R\_vv := \frac{d}{dv} R\_v$

#39: $R\_vv := \left[a \cdot CH(v) \cdot COS(u), a \cdot CH(v) \cdot SIN(u), - \frac{a \cdot SH(v) \cdot CH(v)}{\sqrt{(1 - SH(v)^2)}} \right]$

#40: Vettore normale

#41: VettNorm := CROSS(R_u, R_v)

#42: $VettNorm := \left[a^2 \cdot COS(u) \cdot CH(v) \cdot \sqrt{(1 - SH(v)^2)}, a^2 \cdot SIN(u) \cdot CH(v) \cdot \sqrt{(1 - SH(v)^2)}, - a^2 \cdot SH(v) \cdot CH(v) \right]$

#43: Elemento di superficie

#44: $dS := \sqrt{(E \cdot G - F^2)} \cdot du \cdot dv$

#45: $dS := a^2 \cdot |CH(v)| \cdot du \cdot dv$

#46: Versore normale

#47: $VersNorm := \dfrac{CROSS(R\_u, R\_v)}{\sqrt{(E \cdot G - F^2)}}$

#48: $VersNorm := \left[COS(u) \cdot \sqrt{(1 - SH(v)^2)}, SIN(u) \cdot \sqrt{(1 - SH(v)^2)}, - SH(v)\right]$

#49: Coefficienti della 2ª forma differenziale di Gauss

#50: $L := R\_uu \cdot VersNorm$

#51: $L := - a \cdot CH(v) \cdot \sqrt{(1 - SH(v)^2)}$

#52: $M := R\_uv \cdot VersNorm$

#53: $M := 0$

#54: $N := R\_vv \cdot VersNorm$

#55: $N := \dfrac{a \cdot CH(v)}{\sqrt{(1 - SH(v)^2)}}$

#56: Calcolo dei raggi di curvatura principali

#57: $(E \cdot G - F^2) \cdot rc^{-2} + (2 \cdot F \cdot M - E \cdot N - G \cdot L) \cdot rc^{-1} + (L \cdot N - M^2) = 0$

#58: $rc = - \dfrac{a \cdot CH(v)}{\sqrt{(1 - SH(v)^2)}}$

#59: $rc = \dfrac{a \cdot \sqrt{(1 - SH(v)^2)}}{CH(v)}$

#60: Curvatura di Gauss

#61: $K := \dfrac{L \cdot N - M^2}{E \cdot G - F^2}$

#62: $K := -\frac{1}{a^2}$

#63: Curvatura media

#64: $H := -\frac{2\cdot F\cdot M - E\cdot N - G\cdot L}{2\cdot(E\cdot G - F^2)}$

#65: $H := \frac{SH(v)^2}{a\cdot CH(v)\cdot\sqrt{(1 - SH(v)^2)}}$

#66: Direzioni dei versi normali

#67: $(F\cdot N - G\cdot M)\cdot SIN(\theta)^2 + (E\cdot N - G\cdot L)\cdot SIN(\theta)\cdot COS(\theta) + (E\cdot M - F\cdot L)\cdot COS(\theta)^2 = 0$

#68: $\theta = 0$

#69: $\theta = \frac{\pi}{2}$

#70: $\theta = \pi$

#71: $\theta = \frac{3\cdot\pi}{2}$