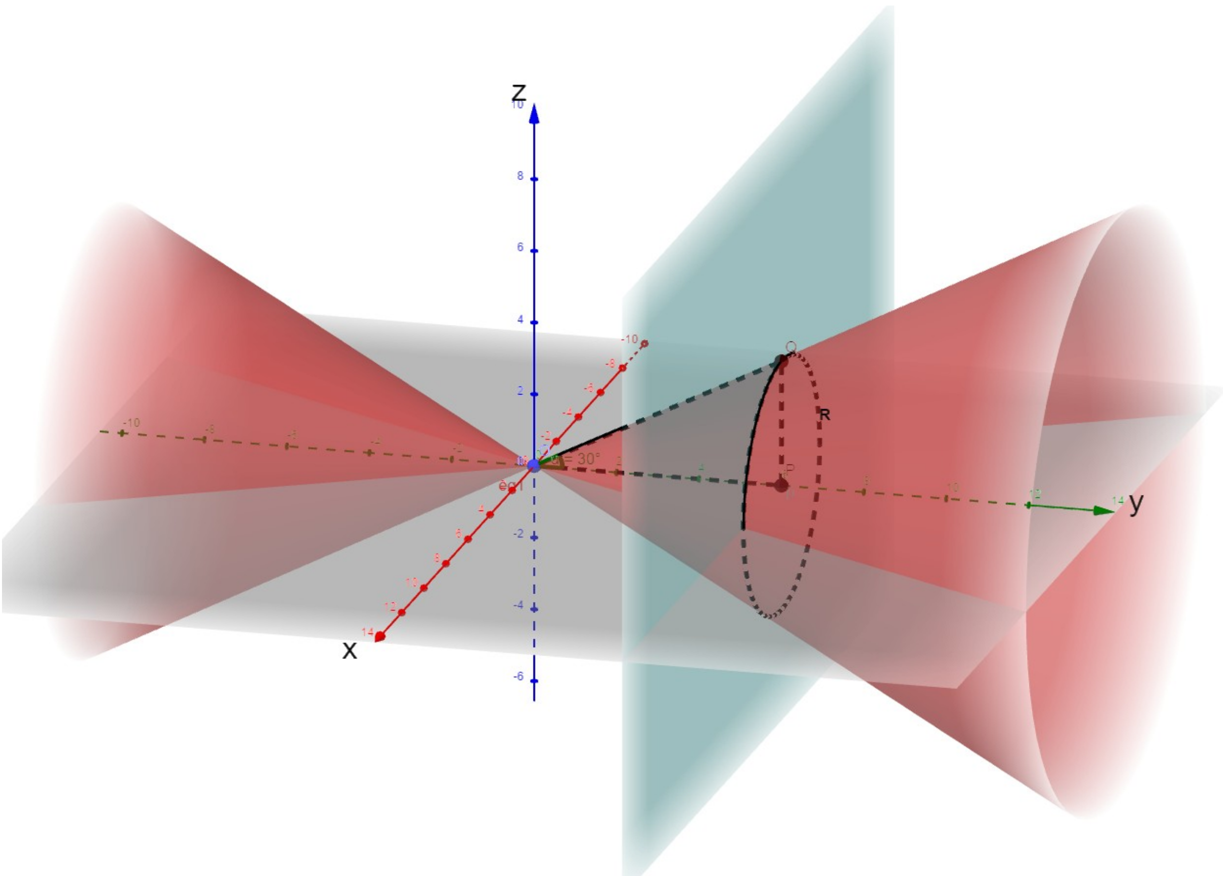
EQUAZIONE DI UNA SUPERFICIE CONICA
con asse coincidente o parallelo a uno degli assi cartesiani



Consideriamo una superficie conica infinita con vertice nell'origine e avente asse di simmetria coincidente con l'asse y.
Si deve scrivere la relazione tra x, y e z del generico punto appartenente alla superficie (in figura Q).

Il punto Q può essere pensato come punto di una circonferenza ottenuta sezionando il cono con un piano ortogonale all'asse y. Su questo piano, quindi anche sulla circonferenza, y è costante; le coordinate x e z dei punti della circonferenza soddisfano l'equazione:

$x^2 + z^2 = R^2$

Si può trovare una relazione tra y ed R. Osservando il triangolo rettangolo OPQ, si ha che: $R = y \,\mathrm{tg}\alpha$
α è la semiapertura del cono, R ed y sono direttamente proporzionali.
Sostituendo nell'equazione della circonferenza:

$x^2 + z^2 = \mathrm{tg}^2\alpha\, y^2 \;\rightarrow\; x^2 - \mathrm{tg}^2\alpha\, y^2 + z^2 = 0 \;\rightarrow\;$ $x^2 - k^2 y^2 + z^2 = 0$ (*)

dove $k = \mathrm{tg}\alpha$ e $\alpha = \mathrm{tg}^{-1} k$

L'equazione (*) rappresenta quindi un cono di vertice l'origine, asse y e semiapertura $\alpha = \mathrm{tg}^{-1} k$.

Volendo scrivere, ad esempio, un cono di vertice $V(x_0, y_0, z_0)$ e asse parallelo all'asse y, sarà sufficiente applicare la traslazione:

$$(x-x_0)^2 - k^2 (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = 0$$