

A. Studiare continuità e derivabilità delle funzioni:

1) $y = |x^3|$

2) $y = \arccos \frac{2 \cos x - 1}{\cos x - 2}$

3) $y = \arcsen \cos x$

4) $y = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$

5) $y = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

6) $y = x \arctg \frac{1}{x}$

7) $y = x^2 + 2|x-1|$

B. Si stabilisca se la funzione $y = \arcsen \frac{1}{1+x^2}$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle/Lagrange negli intervalli $[-1,1]$ e $[1,2]$. In caso affermativo, si trovino i punti indicati da tali teoremi. Si disegni poi il grafico della funzione.

C. Determinare a e b in modo che la funzione sia continua e derivabile:

1) $y = \begin{cases} x^2 & x \geq 2 \\ ax + b & x < 2 \end{cases}$

2) $y = \begin{cases} e^{-x} + a & x \leq 0 \\ b + x \ln x & x > 0 \end{cases}$

D. Un punto si muove secondo le seguenti leggi orarie:

$\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{2}{t^2 + 1} \end{cases}$ determina la traiettoria, disegna e studia il moto del punto.

Quanto vale la velocità in modulo nell'istante $t=1$?

E. Un rubinetto ha una portata di 3 dl al secondo e versa acqua in un recipiente conico di apertura 60° . Con che velocità sta variando il livello dell'acqua quando tale livello è di 8 cm?

F. Determina a e b in modo che la funzione abbia un estremo relativo nel punto (1,3).

$y = \frac{x^3 + a}{bx}$

Disegna approssimativamente il grafico della funzione e determina i punti in cui le rette tangenti sono parallele alla retta $9x + 2y = 0$.