RELATIVITA' GENERALE

Nella teoria della Relatività Ristretta gli osservatori sono inerziali. Trattando situazioni come astronavi che viaggiano dalla Terra a Vega palesemente si trascura il campo gravitazionale generato da queste masse e da altre frapposte. In presenza di grandi masse, infatti, gli osservatori sono soggetti alla forza di gravità e sono accelerati; essi possono essere considerati inerziali solo se si trovano a grandi distanze dalle masse, in punti in cui gli effetti dovuti alla gravità siano trascurabili.
Nel caso in cui vi sia un campo gravitazionale che accelera gli osservatori in modo non trascurabile, rendendoli non inerziali, non si possono più applicare le trasformazioni di Lorentz.
La legge di gravitazione di Newton non è compatibile con le trasformazioni di Lorentz.
Einstein sente la necessità di generalizzare il principio di relatività a tutti i riferimenti, inclusi i riferimenti non inerziali. Si tratta quindi di includere la forza gravitazionale.

Il giovane Einstein, ventiseienne impiegato dell'Ufficio brevetti di Berna, riflette su tali questioni e grazie al "pensiero più felice della sua vita", un'intuizione riguardante i corpi in caduta libera, giunge a formulare il principio di equivalenza.

Procediamo con ordine. Nella meccanica classica si hanno due diverse definizioni di massa:

1) <u>massa inerziale</u>: è la grandezza che compare nella seconda legge della dinamica $\boxed{m_i = F/a}$.
Rappresenta la tendenza di un corpo ad opporsi ad una accelerazione, cioè a una variazione della sua velocità.
La massa inerziale si può misurare anche in assenza di un campo gravitazionale. Ad esempio, si può far ruotare una massa attaccata ad una molla, misurare l'allungamento della molla e uguagliare la forza centripeta alla forza elastica.

2) <u>massa gravitazionale</u>: compare nella legge di gravitazione universale: $\boxed{F = G\frac{Mm_g}{r^2}}$
Per misurarla è necessaria la presenza di un campo gravitazionale.
Supponiamo di sottoporre un corpo di massa m alla forza F.
L'equazione del moto di un corpo soggetto alla forza di gravità sulla superficie della Terra è:

$$m_i a = G\frac{Mm_g}{R^2} = gm_g$$

Se M è la massa della Terra e R è il raggio della Terra, il valore che si ottiene per l'accelerazione è quello noto, a = 9,81 m/s^2, che è il valore medio dell'accelerazione di gravità in prossimità della superficie della Terra, all'incirca uguale in tutti i punti della superficie terrestre.
Si ricava:

$$\frac{m_i}{m_g} = G\frac{M}{R^2 g}$$

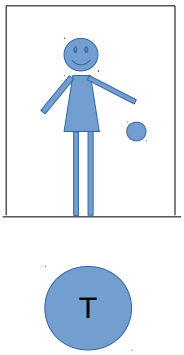
Poiché si trova sperimentalmente che l'accelerazione impressa a corpi posti a distanza R dal centro della Terra è la stessa per tutti i corpi e vale g = 9,81 m/s^2, si può concludere che:

$$\frac{m_i}{m_g} = \cos t \qquad \text{e in opportune unità di misura} \qquad m_i = m_g$$

Questa uguaglianza è ricavata empiricamente nei limiti degli errori sperimentali.
Quindi, pur essendo i concetti di massa inerziale e di massa gravitazionale molto distanti, le misure sperimentali ne indicano l'uguaglianza.
Einstein arriva a postulare l'equivalenza di massa inerziale e massa gravitazionale su base teorica, grazie alle riflessioni che ora analizziamo.

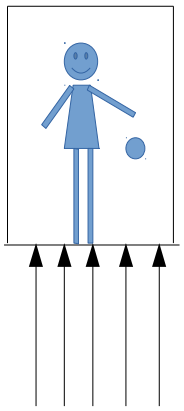
Confrontiamo quattro sistemi di riferimento, pensati come cabine in cui un osservatore conduce alcuni esperimenti. Si tratta di esperimentali mentali teorizzati da Einstein stesso.

CASO A



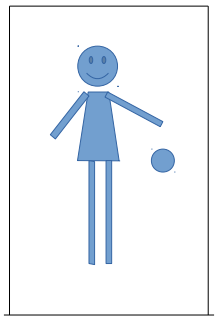
L'osservatore, chiuso nella cabina, si trova in prossimità della superficie terrestre e lascia cadere una palla.
La palla cade verso il suolo con accelerazione g, l'osservatore si sente pesare sul pavimento e può misurare la sua massa gravitazionale tramite una bilancia posta sotto i suoi piedi.

CASO B



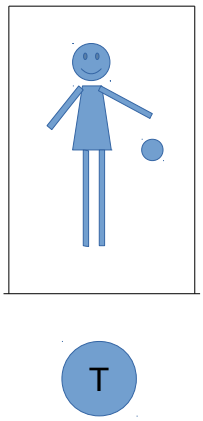
La cabina si trova lontano da masse, in un punto dello spazio dove non risente della forza di gravità; la cabina è accelerata con accelerazione g da motori posti sotto il pavimento.
L'osservatore nella cabina vede ancora la palla cadere verso il suolo con accelerazione g e lui stesso si sente schiacciare contro il pavimento. Se fosse su una bilancia, il suo peso, misurato con tale bilancia, sarebbe lo stesso del caso A.
E' stato creato un campo gravitazionale laddove non c'era.
L'osservatore A e l'osservatore B, chiusi nella cabina, non hanno modo di distinguere se all'esterno vi sia una massa che genera un campo gravitazionale oppure se vi sia un motore che fa accelerare la cabina verso l'alto.
Nel caso A, se l'osservatore legge la sua massa su una bilancia posta sotto i suoi piedi, sta misurando la sua massa gravitazionale.
Nel caso B, misurerebbe la massa inerziale. L'osservatore, però, non ha modo di sapere se stia misurando la massa inerziale o la massa gravitazionale, che pertanto sono indistinguibili e quindi equivalenti.

CASO C



L'osservatore si trova in un punto lontano da masse dove il campo gravitazionale è nullo o trascurabile. Gli oggetti non subiscono accelerazioni. L'osservatore non ha peso, così la palla. Essi stanno fermi oppure si muovono di moto rettilineo uniforme.
Si tratta di un “frammento” di sistema inerziale: secondo il principio di inerzia un corpo su cui non agiscono forze dovrebbe procedere di moto rettilineo uniforme all'infinito, evidentemente la cabina non è infinita. Per questo parliamo di “frammento”.

CASO D



La cabina è in caduta libera in un campo gravitazionale, cioè sta viaggiando verso il basso con accelerazione g. L'osservatore si sente privo di peso, lui e la palla cadono insieme alla cabina, rispetto alla quale sono fermi.
L'azione della gravità è stata annullata.
Anche i sistemi C e D sono indistinguibili e sono entrambi inerziali.
Posso quindi immaginare dei sistemi di riferimento inerziali sia in assenza sia in presenza di un campo gravitazionale. In questi “sistemi di riferimento inerziali locali” valgono allora le leggi della Relatività Ristretta. Come vedremo lo spaziotempo della Relatività Generale è curvo ma localmente lo si può considerare piatto.

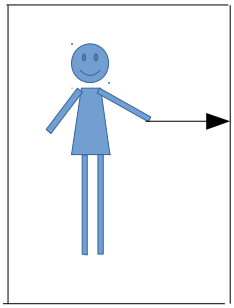
PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

1) Un sistema posto in un campo gravitazionale costante e un sistema di riferimento non soggetto a forze gravitazionali, ma uniformemente accelerato, sono equivalenti, cioè i fenomeni fisici si svolgono in essi nello stesso modo. Ciò implica l'equivalenza di massa inerziale e massa gravitazionale.

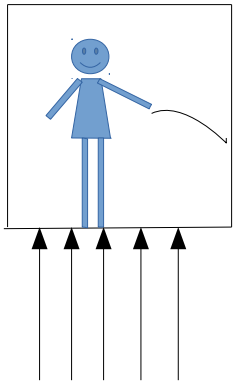
2) Anche in presenza di un campo gravitazionale qualunque è possibile definire sistemi inerziali locali in cui lo spaziotempo è quello di Minkowski e i fenomeni sono descritti dalla teoria della relatività ristretta (sistemi in caduta libera).
(lo spaziotempo è curvo ma localmente può essere considerato piatto)

3) I fenomeni fisici di cui si scrive al punto 1) e 2) comprendono il moto dei gravi, la luce e le particelle di alta energia.

CONSEGUENZE SULLA STRUTTURA GEOMETRICA DELLO SPAZIOTEMPO

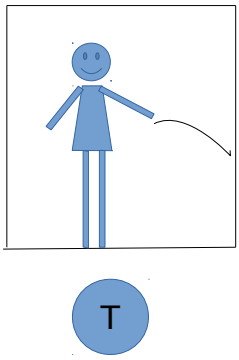


In un sistema inerziale (C o D) l'osservatore manda un segnale di luce. Il raggio luminoso va dritto e colpisce la parete della cabina alla stessa altezza. Lo spaziotempo è piatto, la minima distanza percorribile è un segmento.



B) La cabina sta salendo spinta dai motori. L'osservatore manda il raggio luminoso. Il raggio colpisce la parete della cabina più in basso in quanto, durante il moto del raggio di luce, la cabina è salita.
La luce non ha seguito un percorso rettilineo.

(in questo caso la composizione di un moto rettilineo uniforme (luce) e di un moto uniformemente accelerato (cabina) come noto dà una traiettoria parabolica. Notate che è come la caduta di un grave lanciato in orizzontale.)

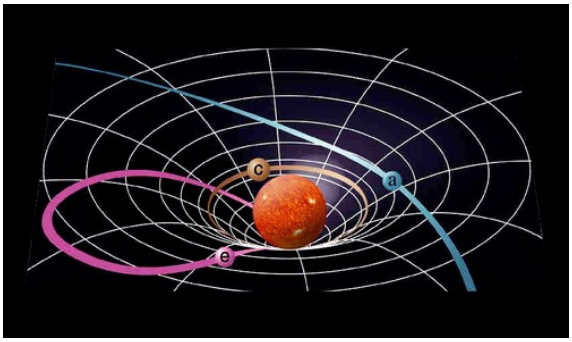


A)
La cabina si trova in prossimità di una massa quindi è immersa in un campo gravitazionale. Poiché A e B sono equivalenti e l'osservatore deve vedere accadere i fenomeni nello stesso modo, anche in questo caso il raggio di luce colpirà la parete della cabina più in basso rispetto al punto dove è stato lanciato.
Poiché la cabina è ferma, è il campo gravitazionale che ha fatto flettere la luce. La luce non segue più un percorso rettilineo, cioè le linee di minima distanza non sono rette.

Se ne conclude che, in presenza di masse, la luce si propaga lungo traiettorie curve. La luce è composta di fotoni, privi di massa. Essi però si comportano come se avessero una massa:

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

dove $E = h\nu$ è l'energia espressa secondo il principio di quantizzazione introdotto da Planck.
In realtà i fotoni non sono deflessi dalla forza di gravità, ma seguono la curvatura dello spaziotempo. Nessuna forza agisce sui fotoni.



Si può pensare a un telo di gomma teso. Se non vi appoggio sopra nulla, esso è piatto e una pallina che venga messa in moto sul telo segue il principio di inerzia. Se sul telo viene appoggiata una massa, essa fa deformare il telo. La massa crea una cavità al centro. Una pallina, a seconda della velocità iniziale impressa, potrà seguire sul telo traiettorie diverse, potrebbe cadere nella cavità, oppure orbitare attorno alla massa, sempre come se fosse attratta dalla massa che incurva il telo.
Il tipo di traiettoria non è dovuto ad una forza ma alla diversa geometria del telo, che non è più uno spazio piatto ma curvo.
Quindi lo spaziotempo è curvo e la luce segue traiettorie curve (geodetiche) determinate dalla presenza di masse o di altre sorgenti che possano deformare lo spazio.
La geometria che descrive l'universo su larga scala non può più essere quella euclidea.
Bisogna introdurre un modo per calcolare le distanze diverso dal teorema di Pitagora.
E' necessario introdurre un ente matematico adatto a descrivere la curvatura dello spazio in ogni punto e da cui si possano trarre le equazioni delle geodetiche.
(vedi parentesi matematica: Da Gauss ai tensori)
Einstein, dopo avere studiato a lungo la matematica necessaria per scrivere la teoria, cioè il calcolo differenziale assoluto (calcolo tensoriale) introdotto dal matematico italiano Gregorio Ricci Curbastro, giunge nel 1915 alla formulazione delle equazioni di campo della relatività generale:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

$G_{\mu\nu}$ è il tensore di Einstein o tensore gravitazionale, esso è definito mediante:
$R_{\mu\nu}$, tensore di curvatura o di Ricci, $g_{\mu\nu} = g_{ij}\, dx_i\, dx_j$, detto tensore metrico (esso rappresenta sia la metrica sia il potenziale gravitazionale), R, scalare di curvatura.
Il tensore $T_{\mu\nu}$ è detto tensore materia-energia e contiene le “sorgenti”, cioè tutti quegli enti fisici che, possedendo energia, possono curvare lo spaziotempo (ad esempio le masse o le cariche elettriche o un campo elettromagnetico).
Quindi il membro di sinistra rappresenta la geometria dello spaziotempo, il termine di destra gli enti fisici che modificano tale geometria.
Successivamente Einstein introdusse un termine aggiuntivo contenente la costante cosmologica Λ, questo termine faceva sì che l'universo fosse statico. Lo considerò poi l'errore più grande della sua vita quando fu scoperto che l'universo è in continua espansione, cioè non è per nulla statico.
Oggi la costante cosmologica è interpretata in modo diverso e sembra poter spiegare l'accelerazione dell'espansione dell'universo.
Le equazioni di Einstein scritte in altra forma sono un sistema di dieci equazioni differenziali di non facile soluzione. Esse possono essere risolte in casi specifici sulla base di particolari condizioni imposte. La prima celebra soluzione delle equazioni fu fornita da Karl Schwarzschild. Dalla sua soluzione è possibile prevedere l'esistenza dei buchi neri.

Bibliografia*: T. Regge, Spazio, Tempo, Relatività,* Ed. Loescher, Torino

Per verificare la previsione di Einstein è necessario aumentare quanto più è possibile l'entità della deflessione, per renderla grande abbastanza da poter essere misurata. Perciò dobbiamo utilizzare un campo gravitazionale il più grande possibile. Nel nostro Sistema solare il campo gravitazionale più intenso è fornito dal Sole, quindi sono stati progettati esperimenti per osservare la deviazione della luce causata dal Sole.

Per vedere quale effetto il campo gravitazionale del Sole possa avere sulla luce, consideriamo il Sole e un raggio di luce proveniente da una stella lontana, come è mostrato in figura 8. Notiamo che la luce è deviata quando passa vicino al Sole. Quindi, un osservatore sulla Terra deve guardare in una direzione che è più lontana dal Sole rispetto alla direzione reale della stella: il campo gravitazionale del Sole sposta le stelle lontane in posizioni apparenti più lontane dal Sole stesso. Perciò, se immaginiamo che il Sole si muova in primo piano su uno sfondo di stelle, le stelle vicine al Sole ci appaiono spostate verso l'esterno. È quasi come se il Sole fosse una lente, che distorce leggermente il quadro che si trova dietro di esso.

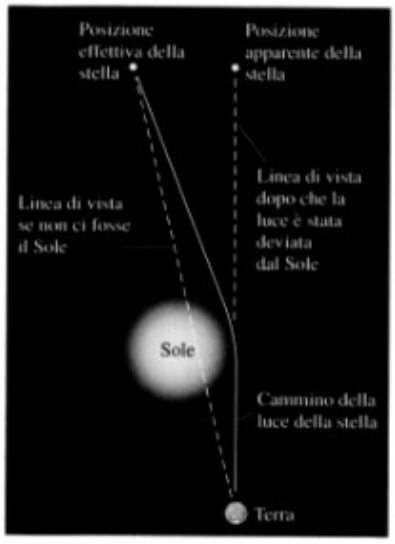


figura 8 Deflessione gravitazionale della luce dovuta al Sole

Poiché il Sole è così luminoso, è possibile osservare questo fenomeno soltanto durante un'eclisse totale, quando la sua luce è coperta dalla Luna. Durante l'eclisse, possiamo scattare fotografie che mostrino la posizione delle stelle sullo sfondo. Poi, possiamo confrontare queste fotografie con quelle delle stesse stelle eseguite sei mesi dopo, quando il Sole è dall'altra parte della Terra. Il confronto consente di misurare lo spostamento delle stelle. Questo esperimento fu effettuato durante una spedizione in Africa nel 1919 da Sir Arthur Eddington. I risultati confermarono le previsioni della teoria generale della relatività; questa prevede che, quando la deflessione gravitazionale della luce non è molto marcata, l'**angolo di deflessione** θ (in radianti) sia dato dalla semplice formula:

$$\theta = \frac{4GM}{Rc^2}$$

dove M e R sono la massa e il raggio del corpo celeste che deflette la luce.

ESERCIZIO

3. Calcola l'angolo di deflessione (in secondi d'arco) di un raggio di luce che passa vicino al Sole.

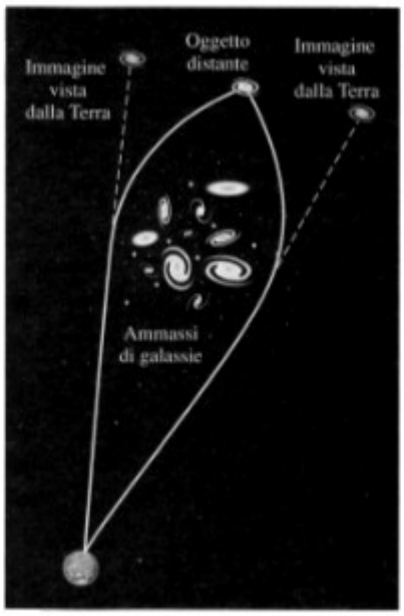
L'angolo di deflessione in radianti è:

$$\theta = \frac{4GM_S}{R_S c^2} = \frac{4(6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}})(1{,}989 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg})}{(6{,}955 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m})(2{,}998 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s})^2} = 8{,}494 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{rad}$$

Convertendo l'angolo in secondi d'arco otteniamo:

$$\theta = \frac{360}{2\pi}(3600)(8{,}494 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{rad}) = 1{,}75''$$

Come abbiamo calcolato nell'esercizio precedente, la deflessione della luce dovuta al Sole è molto piccola, appena 1,75″. Se la massa del corpo celeste è maggiore, la deflessione della luce è più accentuata e i risultati possono essere spettacolari.
Nella figura 9 vediamo che cosa può succedere quando una grande galassia, o un ammasso di galassie, con il loro immenso campo gravitazionale, si trovano fra noi e una galassia più lontana. La galassia in mezzo può produrre una significativa deviazione della luce, dando luogo a immagini multiple della galassia lontana, che formano archi o croci. I corpi celesti che si comportano come questa galassia vengono detti **lenti gravitazionali**.

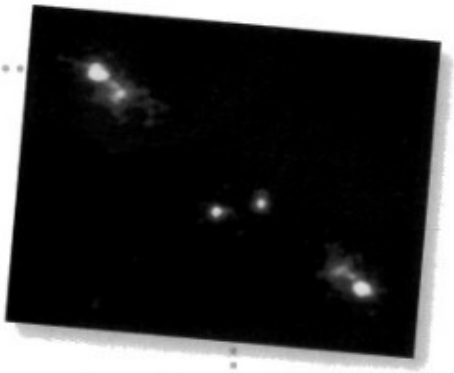


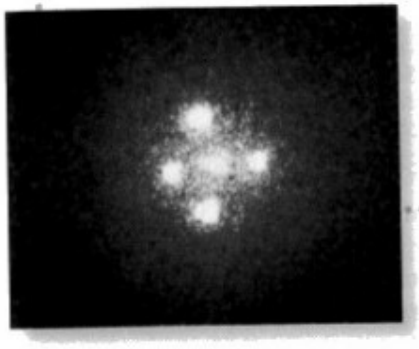
REAL PHYSICS

Lenti gravitazionali

Le immagini create dalle lenti gravitazionali assumono svariate forme. Talvolta la luce proveniente da corpi lontani è allungata a formare un arco o anche un anello completo.

Nel caso del lontano quasar qui a fianco, possiamo vedere una coppia di immagini. Il quasar appare in alto a sinistra e in basso a destra, e la galassia che fa da lente non è visibile nella fotografia; i piccoli punti nel centro sono corpi non collegati con il quasar.





In altre occasioni possono essere prodotte quattro immagini, come nella famosa "croce di Einstein" mostrata in questa immagine. La galassia, che fa da lente al centro, si trova a circa 400 milioni di anni luce da noi, mentre il quasar, le cui immagini multiple lo circondano, è circa 20 volte più lontano.

La curvatura dello spazio-tempo

La più importante novità che la relatività generale apporta alla nostra concezione dell'universo è l'idea di uno *spazio-tempo curvo*. Secondo Einstein, lo spazio-tempo determina il moto degli oggetti, e, viceversa, gli oggetti determinano la geometria dello spazio-tempo. Una qualunque distribuzione di materia o di energia incurva lo spazio-tempo: la gravitazione si manifesta appunto come una **curvatura dello spazio-tempo**.
Alla luce della relatività generale, quindi, geometria e fisica sono intimamente legate.

La curvatura dello spazio-tempo è tanto più marcata quanto più massiccio e denso è il corpo che la genera, cioè quanto più intenso è il campo gravitazionale.
Un modo conveniente di visualizzare l'effetto di un campo gravitazionale è pensare lo spazio-tempo come un foglio di gomma con una griglia a quadretti, come mostrato in figura 10. Le regioni dello spazio-tempo lontane da qualsiasi grande massa possono essere pensate come piatte (fig. 10*a*); in queste regioni i raggi di luce si propagano in linea retta, parallelamente alle linee della griglia. Nelle vicinanze di grandi masse concentrate possiamo pensare lo spazio-tempo deformato (fig. 10*b*); in queste regioni i raggi di luce seguono i cammini incurvati delle linee della griglia.

a) Spazio-tempo piatto, lontano da oggetti dotati di massa

b) Spazio-tempo curvo, vicino a un oggetto dotato di massa

TUTOR
Disegno attivo

figura 10
Spazio-tempo curvo

Dunque, è la curvatura dello spazio-tempo la ragione profonda del fatto che la luce e le particelle non si muovono in linea retta, ma seguono traiettorie curve (un fenomeno che abbiamo precedentemente predetto sulla base del principio di equivalenza).

Se la massa che genera il campo gravitazionale è piccola e guardiamo solo a una regione circoscritta dello spazio-tempo, la geometria di questa regione ci apparirà approssimativamente piatta, e potremo descrivere i fenomeni fisici per mezzo della relatività ristretta. È in questo senso che la relatività ristretta emerge come un'approssimazione della relatività generale.

I buchi neri

Come abbiamo visto nel capitolo 24, nella fase finale della loro evoluzione, le stelle consumano tutto il loro combustibile nucleare e cessano di produrre energia, collassando per effetto dell'attrazione gravitazionale. Nel caso delle stelle più pesanti (di massa superiore a 8 masse solari) questo collasso genera un potente flusso di neutrini che spara via gli strati esterni della stella in una violenta esplosione, chiamata **supernova**.
Il destino del nucleo stellare che rimane dopo l'esplosione dipende dalla sua massa.

Se la massa residua è inferiore a 3 masse solari, il nucleo si trasforma in una **stella di neutroni**, un piccolo corpo di densità elevatissima. In una stella di neutroni l'attrazione gravitazionale è contrastata dalla pressione di degenerazione, cioè dal fatto che i neutroni, essendo fermioni, obbediscono al principio di esclusione di Pauli, che non consente loro di occupare tutti assieme lo stato di energia più basso. Ciò impedisce il collasso totale del sistema. Una stella di neutroni ha una massa dell'ordine di quella del Sole, ma un raggio di pochi kilometri. La sua densità è quindi straordinariamente alta, dell'ordine di 10^{17} kg/m^3, un milione di tonnellate per centimetro cubo.

Se la massa di ciò che resta della stella dopo la supernova è superiore a 3 masse solari, il sistema non è in grado di contrastare l'attrazione gravitazionale e il suo collasso genera un corpo il cui campo gravitazionale è così intenso da intrappolare la luce, non permettendole di sfuggire. Poiché un tale corpo non può emettere luce, viene chiamato **buco nero**.
I buchi neri, per definizione, non possono essere osservati direttamente, ma *la loro presenza è segnalata dagli effetti gravitazionali che essi operano sugli altri corpi*; inoltre è anche possibile rivelare l'intensa radiazione emessa dalla materia ionizzata che cade in un buco nero.
Attraverso questi e altri metodi è stata evidenziata l'esistenza di buchi neri nel centro di molte galassie e ormai si pensa che i buchi neri possano essere relativamente frequenti nell'universo.

Studiando la legge della gravitazione di Newton abbiamo calcolato la *velocità di fuga* di un oggetto da un corpo sferico di massa M e raggio R:

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Se poniamo la velocità di fuga uguale alla velocità della luce, $v_f = c$, otteniamo:

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Risolvendo rispetto a R, troviamo che, affinché un corpo celeste di massa M possa essere un buco nero, il suo raggio non deve essere maggiore di:

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

Sebbene questo calcolo sia stato effettuato in approssimazione newtoniana e non sia quindi del tutto corretto, il risultato finale è in accordo con i risultati della relatività generale.
Il raggio che abbiamo ottenuto, $R_S = 2GM/c^2$, è noto come **raggio di Schwarzschild**, dal nome dello studioso tedesco che fu tra i primi ad applicare in astrofisica la teoria einsteiniana:

Raggio di Schwarzschild, R_S

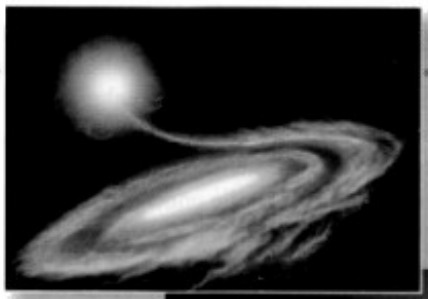
Il raggio di Schwarzschild è il raggio che dovrebbe avere un corpo celeste di massa M per diventare un buco nero:

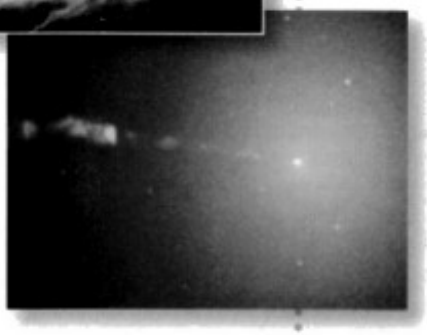
$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

REAL PHYSICS

Come si rilevano i buchi neri?

Poiché trattengono la luce al loro interno i buchi neri non possono essere osservati direttamente, ma possono essere rilevati indirettamente osservando gli effetti gravitazionali che producono su altri corpi.
Se un membro di una stella binaria collassa per diventare un buco nero, si può formare intorno a esso un disco di accrescimento (come mostrato nell'interpretazione artistica dell'immagine in alto) che gira con velocità sempre maggiore, cadendo a spirale dentro il buco nero. La radiazione emessa da questa materia, mentre cade nell'abisso, è la firma del buco nero.
Lo stesso meccanismo, su scala più vasta, probabilmente è responsabile dell'enorme radiazione proveniente dalle galassie attive, come la M87 qui a fianco, una galassia ellittica gigante con un enorme getto di materia che emana dal suo nucleo.





Le onde gravitazionali

Gravity Waves

Nel capitolo 19 abbiamo visto che una carica accelerata genera delle onde elettromagnetiche. Analogamente, una massa accelerata genera delle **onde gravitazionali**, che possiamo immaginare come increspature dello spazio-tempo che si propagano alla velocità della luce. L'energia associata alle onde gravitazionali è in genere piuttosto piccola (per avere un'idea, la potenza gravitazionale irradiata dalla Terra a causa del suo moto di rivoluzione è di appena 200 W, insufficiente quindi a far funzionare un tostapane). Ciò rende le onde gravitazionali molto elusive e difficili da osservare. Una conferma indiretta della loro esistenza è venuta dallo studio della *pulsar binaria* PSR B1913 + 16, scoperta nel 1974 dagli astronomi americani Russell Hulse e Joseph Taylor. Si tratta di un sistema costituito da due stelle di neutroni in orbita l'una attorno all'altra con un periodo di circa 8 ore. L'emissione di onde gravitazionali da parte di queste stelle fa diminuire il loro periodo orbitale, che negli ultimi tre decenni si è ridotto di circa 40 s.
Come si vede nella figura 11, i dati osservati sono in perfetto accordo con le predizioni della relatività generale, una volta che si tenga conto della radiazione gravitazionale generata dalla pulsar.

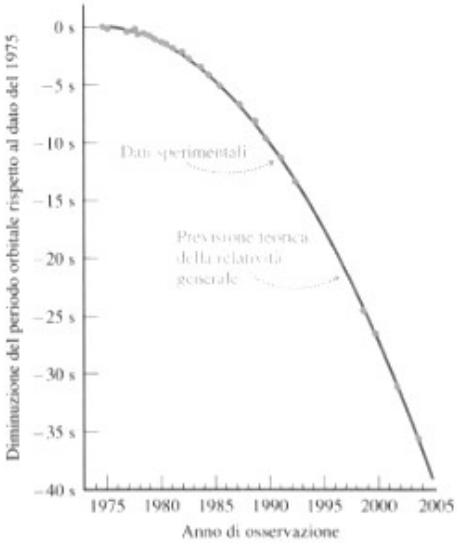
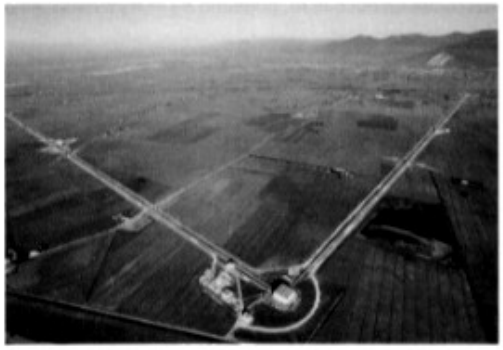


figura 11
Il periodo orbitale della pulsar binaria PSR B1913+16

Deformando lo spazio-tempo, un'onda gravitazionale modifica le distanze e le dimensioni degli oggetti. L'effetto è piccolissimo, dell'ordine di un miliardesimo del diametro atomico nel caso delle onde che potrebbero giungere sulla Terra da sorgenti astrofisiche. Negli anni Sessanta il fisico statunitense Joseph Weber ideò delle "antenne" costituite da grandi cilindri di metallo che avrebbero dovuto vibrare all'arrivo di un'onda. Le antenne di Weber, presenti in molti laboratori mondiali, non hanno fornito evidenze di onde gravitazionali e hanno successivamente lasciato il posto a una nuova generazione di rivelatori molto più sensibili, gli **interferometri laser**, sviluppati a partire dagli anni Ottanta. Attualmente le principali macchine di questo tipo sono i due interferometri LIGO (*Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory*), collocati in Louisiana e nello stato di Washington, e l'interferometro Virgo dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, a Cascina, vicino a Pisa.

Il principio di funzionamento degli interferometri è semplice: due fasci laser perpendicolari vengono inviati su e giù, in tubi a ultra-vuoto lunghi alcuni kilometri; se un'onda gravitazionale modifica le distanze percorse nelle due direzioni, i fasci vanno fuori fase e producono una figura di interferenza.
La sfida tecnica e sperimentale è impressionante, perché per essere sicuri che la vibrazione osservata sia dovuta proprio a un'onda gravitazionale, bisogna eliminare un gran numero di cause di disturbo, di entità ben più grande (fenomeni geofisici e meteorologici, attività umane, ecc). Un collegamento globale tra i vari interferometri permette di evitare i segnali spuri e, in caso di osservazione di un'onda, di determinare, mediante triangolazione, la posizione della sua sorgente.
All'inizio del 2016 LIGO e Virgo hanno annunciato la *scoperta del primo segnale diretto di un'onda gravitazionale*, captato dagli interferometri statunitensi il 14 settembre 2015. Quest'onda, il cui tipico profilo è mostrato in figura 12, è stata generata dalla fusione di due buchi neri di 36 e 29 masse solari rispettivamente, avvenuta a circa 400 Mpc dalla Terra (una distanza corrispondente a 1,2 miliardi di anni luce). Poiché l'onda ha viaggiato alla velocità della luce, la sua emissione risale a 1,2 miliardi di anni fa. La fusione dei due buchi neri ha prodotto un buco nero risultante di 62 masse solari, con una perdita di massa pari a 3 masse solari, convertitesi in energia della radiazione gravitazionale. Questa energia è enorme, ma si è diluita in tutto lo spazio, e quella giunta sulla Terra è estremamente ridotta, come vediamo nel *Problem solving* che segue.

L'interferometro LIGO, in Louisiana, che ha captato il primo segnale diretto di un'onda gravitazionale.



Finora l'universo è stato esplorato soprattutto per mezzo delle onde elettromagnetiche (luce, radiazione infrarossa, raggi X). La rivelazione diretta delle onde gravitazionali, inaugurata dal risultato di LIGO e Virgo, spalanca una nuova importantissima finestra sugli aspetti più misteriosi del cosmo.

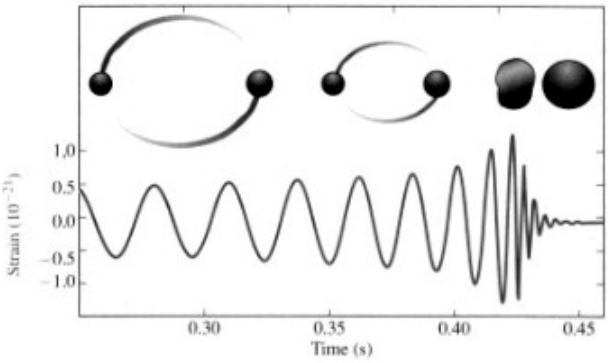


figura 12

Onda gravitazionale

Il profilo di un'onda gravitazionale come quella captata dagli interferometri LIGO il 14 settembre 2015. L'onda è prodotta dalla fusione di due buchi neri. Negli ultimi istanti del processo, i due buchi neri, dopo aver spiraleggiato l'uno rispetto all'altro, si scontrano a una velocità pari alla metà di quella della luce, formando un unico buco nero risultante.
L'onda è di frequenza crescente e la sua ampiezza rappresenta la differenza tra le variazioni percentuali di lunghezza dei bracci dell'interferometro.

Problem solving 2

Onde dallo spazio

Le onde gravitazionali captate dagli interferometri della collaborazione LIGO sono state prodotte dalla fusione di due buchi neri avvenuta alla distanza di 400 Mpc dalla Terra. Si stima che in questo evento si sia verificata una perdita di massa pari a 3 masse solari, convertitasi in energia di radiazione gravitazionale. Calcola l'energia per metro quadro delle onde gravitazionali che hanno raggiunto la Terra.

Descrizione del problema

Nel processo di fusione dei buchi neri, una massa $m = 3M_S$ si è convertita in energia delle onde gravitazionali secondo la formula $E = mc^2$. Questa energia, giungendo fino a noi, si è distribuita su una superficie sferica di area $4\pi r^2$, dove $r = 400$ Mpc è la distanza della Terra dai buchi neri.

Strategia

Calcolando l'energia $E = 3M_S c^2$ delle onde gravitazionali e dividendo per l'area $4\pi r^2$ della superficie su cui tali onde si sono distribuite, otteniamo la densità superficiale di energia giunta sulla Terra.

Soluzione

La massa solare vale $M_S = 2{,}00 \cdot 10^{30}$ kg. Calcoliamo l'energia prodotta nella fusione dei buchi neri:

$$E = 3M_S c^2 = 3(2{,}00 \cdot 10^{30}\ \text{kg})(3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s})^2 = 5{,}40 \cdot 10^{47}\ \text{J}$$

Ricordando che 1 pc $= 3{,}08 \cdot 10^{16}$ m, la distanza dei buchi neri dalla Terra è $r = 400$ Mpc $= 1{,}23 \cdot 10^{25}$ m. Calcoliamo l'area di una superficie sferica di raggio r:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(1{,}23 \cdot 10^{25}\ \text{m})^2 = 1{,}90 \cdot 10^{51}\ \text{m}^2$$

Dividendo E per A otteniamo l'energia per metro quadro delle onde gravitazionali che hanno raggiunto la Terra:

$$\frac{E}{A} = \frac{5{,}40 \cdot 10^{47}\ \text{J}}{1{,}90 \cdot 10^{51}\ \text{m}^2} = 2{,}84 \cdot 10^{-4}\ \text{J/m}^2$$

Osservazioni

L'energia delle onde gravitazionali che ha raggiunto l'Italia (area 300000 km^2) è circa 10^8 J.

Prova tu

Quale sarebbe l'energia per metro quadro delle onde gravitazionali sulla Terra se la fusione dei buchi neri fosse avvenuta a 100 Mpc di distanza? [$5 \cdot 10^{-3}$ J/m^2]