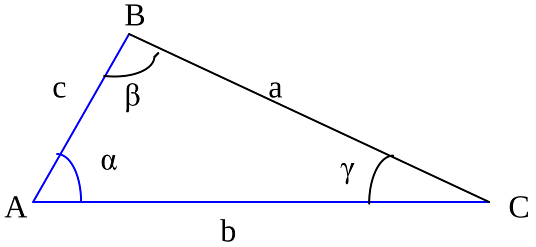
RISOLUZIONE DEI TRIANGOLI QUALSIASI

1) <u>Sono noti due lati e l'angolo compreso.</u>



Si calcola la lunghezza del lato a mediante il teorema di Carnot. Sono allora noti i tre lati.
Per determinare gli altri angoli, si può utilizzare ancora il teorema di Carnot; in tal modo si trova ad esempio cos β, che individua l'angolo in modo univoco. Il terzo angolo lo si trova per differenza.

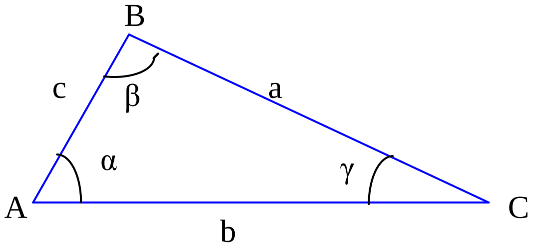
Oppure, volendo fare calcoli più rapidi, si utilizza il teorema dei seni: $\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta}$, da cui si ricava sen β. Se sen β = 1, β = 90°. Se sen β <1, nella maggior parte dei casi, è evidente se β è acuto od ottuso dalla figura, purché disegnata con discreta precisione; nel caso vi sia una certa ambiguità, si può, ad esempio, confrontare la lunghezza del lato b con l'ipotenusa del triangolo di cateti a e c:

se $b^2 > a^2 + c^2$ allora cos β >0 quindi β è acuto (infatti $\cos\beta = \frac{(a^2 + c^2) - b^2}{2ac}$ per Carnot)

se $b^2 < a^2 + c^2$ allora cos β <0 quindi β è ottuso.
Si calcola poi γ per differenza.

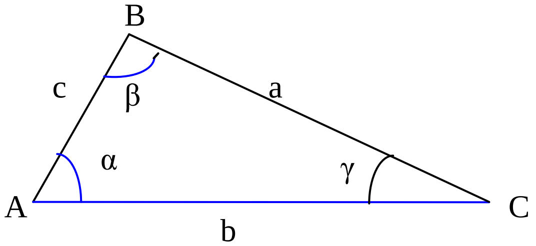
(Il consiglio è quindi di usare il teorema dei seni, calcolando prima il seno dell'angolo che dalla figura risulta più evidentemente acuto o ottuso…).

2) <u>Sono noti i tre lati</u>



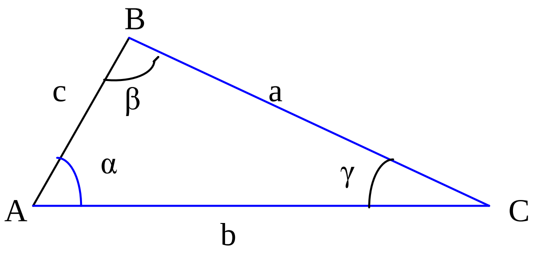
Si calcola il coseno di un primo angolo con il teorema di Carnot; l'angolo risulta determinato univocamente.
Per la determinazione degli altri angoli confronta caso 1).

3) <u>Sono noti due angoli (qualsiasi) e un lato</u>



Essendo noti due angoli, sono noti tutti gli angoli.
Si calcolano gli altri due lati utilizzando il teorema dei seni.

4) Sono noti due lati e l’angolo opposto a uno dei due



Si calcola sen β con il teorema dei seni:

$$sen\beta = \frac{b}{a}\, sen\alpha$$

Può risultare:

- sen β > 1, quindi il problema è impossibile;

- sen β = 1, in tal caso β = 90°, allora: $\begin{cases} \alpha \geq 90° \rightarrow \\ \alpha < 90° \rightarrow \end{cases}$

il problema è impossibile
una soluzione = triangolo rettangolo

- sen β < 1, allora: $\begin{cases} b \leq a \rightarrow \beta \leq \alpha \rightarrow \\ b > a \rightarrow \beta > \alpha \rightarrow \end{cases}$

	una soluzione: β acuto
α≥90°	nessuna soluzione
α < 90°	due soluzioni: β_1 acuto, β_2 ottuso

Se il problema ammette soluzione, determino per differenza il terzo angolo γ e di conseguenza calcolo il lato c tramite il teorema dei seni.
Se vi sono due angoli β, si avranno due angoli γ e quindi due possibili triangoli risolventi.