

MECCANICA dei FLUIDI

La meccanica dei fluidi si occupa dello studio di liquidi e aeriformi in quiete o in movimento.

- L'IDROSTATICA studia le leggi che regolano lo stato dei liquidi in quiete.
- L'IDRODINAMICA studia i liquidi in moto.
- L'AEROSTATICA studia le condizioni di equilibrio degli aeriformi.
- L'AERODINAMICA studia il moto negli aeriformi.

IDROSTATICA

Per enunciare le leggi si considera un liquido perfetto; cioè un liquido che ha queste tre proprietà:

- **fluidità:** nei liquidi le molecole sono legate tra loro da forze di coesione minori che nei solidi. Ciò permette agli strati di molecole dei liquidi di scorrere gli uni sugli altri. Esistono liquidi più fluidi (acqua, alcool, benzina) e altri meno fluidi (gli oli lubrificanti e sostanze affini); questi ultimi si dicono viscosi, infatti la viscosità è la proprietà opposta della fluidità.
- **incomprimibilità:** sottoponendo un liquido anche a forti pressioni il suo volume subisce variazioni molto piccole, cioè i liquidi hanno volume proprio. Nella trattazione teorica si considerano liquidi perfettamente incomprimibili.
- **elasticità:** è facile modificare la forma di un liquido per esempio immergendovi un oggetto, ma appena l'oggetto viene rimosso, la forma del liquido torna identica a quella iniziale.

SUPERFICIE LIBERA DEI LIQUIDI

I liquidi assumono la forma del recipiente che li contiene; normalmente una parte del liquido, quella che non è a contatto del recipiente, rimane libera. Questa superficie libera viene detta superficie di livello: essa è perpendicolare in ogni suo punto alla direzione del filo a piombo.

PRESSIONE

Ogni forza, agendo perpendicolarmente su una superficie, esercita una pressione: $p = \frac{F_{\perp}}{s}$, cioè la pressione è direttamente proporzionale alla componente della forza ortogonale alla superficie e inversamente proporzionale alla superficie stessa.

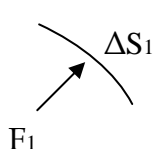
L'unità di misura della pressione nel S.I. è il Pascal: $1 \frac{N}{m^2} = 1 Pa$.

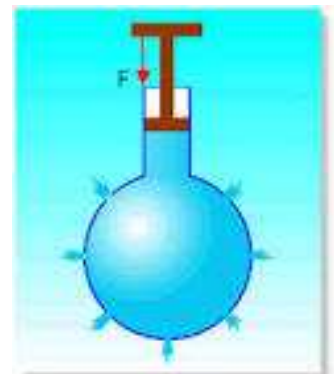
Esistono altre unità di misura storiche della pressione: atm, torr, bar, millibar, adottate in ambiti specifici.

PRINCIPIO DI PASCAL

Se si esercita dall'esterno una forza su una porzione di superficie di un liquido in quiete, la pressione così generata si trasmette inalterata a tutti i punti del liquido.

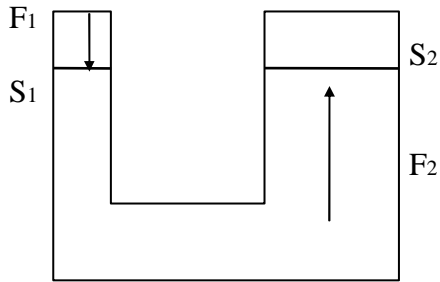
Così il liquido eserciterà questa stessa pressione sulle pareti del recipiente: questa pressione si manifesta come una forza perpendicolare a ogni porzione di superficie considerata.

$$p = \frac{F}{s} \quad F_1 = \Delta s \cdot p$$




TORCHIO IDRAULICO

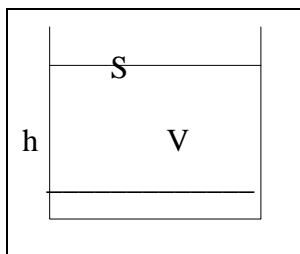
Si utilizza per ottenere una forza grande applicandone una piccola.



Sfrutta il principio di Pascal: $p = \frac{F_1}{S_1}$; $p = \frac{F_2}{S_2} \rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \rightarrow F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$ quindi $F_2 \gg F_1$.

PRESSIONE IDROSTATICA – LEGGE DI STEVINO

Una pressione si sviluppa spontaneamente in un liquido per effetto del peso degli strati superiori su quelli inferiori: tale pressione si dice pressione idrostatica.



Calcoliamo la pressione idrostatica a profondità h. Ricordiamo le relazioni tra peso specifico, peso, massa, densità.

$$m = d \cdot V$$

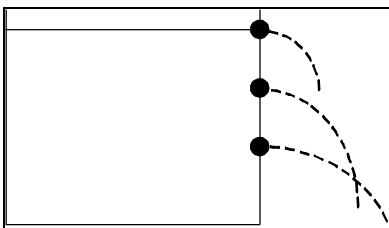
$$P = p_s V$$

$$P = mg$$

$$\frac{P}{m} = \frac{p_s}{d} = g$$

$$P = p_s \cdot V = dgV = dgSh$$

$$p = \frac{dgSh}{S} = dgh$$

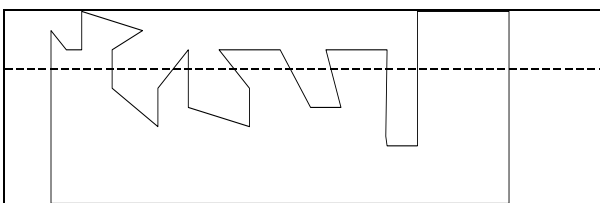


La pressione idrostatica è direttamente proporzionale alla densità del liquido e alla profondità.

Se pratico una serie di fori in un recipiente, ad altezze diverse, la forza di uscita del getto aumenterà man mano che scendo verso il fondo, poiché la pressione aumenta con la profondità.

Poiché in genere si aggiunge alla pressione idrostatica la pressione atmosferica agente sulla superficie del liquido si avrà che: $p = p_{atm} + dgh$.

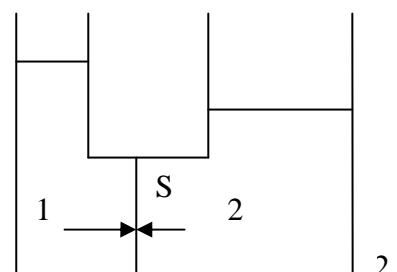
PRINCIPIO DEI VASI COMUNICANTI



Nel caso si abbiano dei recipienti tra loro comunicanti, anche di diversa forma, contenenti lo stesso liquido, il livello raggiunto dal liquido nei vasi è sempre lo stesso.

Ipotizziamo che il livello del liquido in due vasi comunicanti sia diverso.

La pressione idrostatica genera due forze sulla superficie S, una da destra e una da sinistra, ortogonali ad S.



$$p_1 = dgh_1 \quad p_2 = dgh_2$$

$$F_1 = dgh_1 S \quad F_2 = dgh_2 S$$

essendo $h_1 > h_2$ anche $F_1 > F_2$. La risultante delle forze sarà parallela e concorde a F_1 .

Essa tenderà a far spostare il liquido dal vaso di sinistra al vaso di destra, fino a che le due forze saranno uguali in modulo, cioè fino a quando le due altezze saranno uguali.

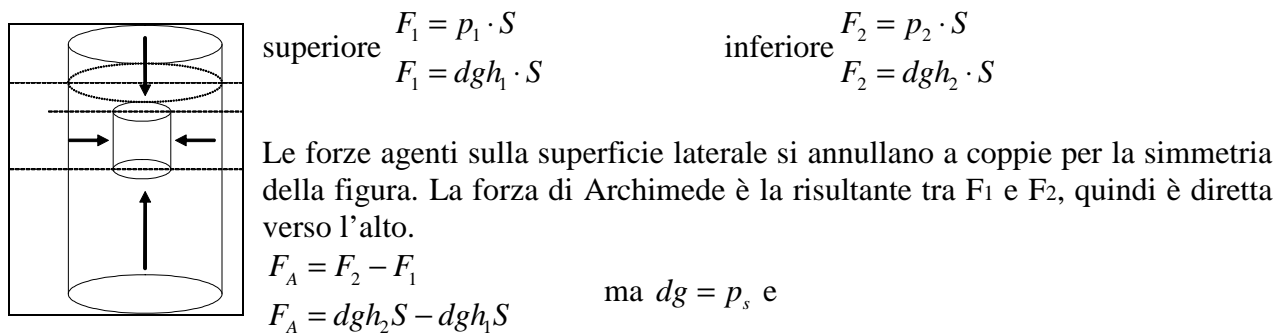
Nel caso di liquidi non miscibili le altezze che i due liquidi raggiungono nei due vasi, in situazione di equilibrio, sono inversamente proporzionali alle densità: $F_1 = F_2 \rightarrow d_1 h_1 = d_2 h_2 \rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1}$.

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

Un liquido esercita su un corpo in esso immerso una spinta, applicata nel baricentro del corpo, diretta verticalmente verso l'alto, pari al peso del volume di liquido spostato.

$$F_A = p_{sl} V_C$$

Considero un corpo cilindrico immerso in un liquido. La pressione p_1 sulla superficie superiore sarà minore di quella p_2 sulla superficie inferiore, quindi $F_2 > F_1$.

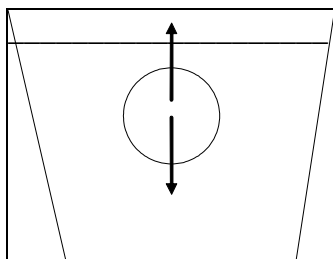


$$F_A = p_{sl} \cdot S \cdot (h_2 - h_1) = p_{sl} V_C$$

infatti $h_2 - h_1 = \text{altezzaCilindro}$
 $Sh = \text{VolumeCilindro}$

CONDIZIONI DI GALLEGGIAMENTO

Consideriamo un corpo pieno immerso in un liquido. Su di esso agiscono due forze che raffiguriamo applicate nel baricentro: la forza peso e la forza di Archimede.



CASO 1: Peso > Forza di Archimede, cioè

peso specifico del corpo > peso specifico del liquido.

In tal caso la risultante delle forze è rivolta verso il basso, il corpo affonda.

CASO 2: Forza di Archimede > Peso, cioè

peso specifico del liquido > peso specifico del corpo

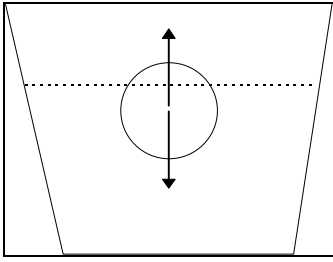
In tal caso la risultante delle forze è rivolta verso l'alto, il corpo galleggia.

CASO 3: Peso = Forza di Archimede

peso specifico del liquido = peso specifico del corpo.

Si parla di equilibrio indifferente, il corpo sta in qualunque posizione venga messo all'interno del liquido, è come se fosse composto del liquido stesso.

GALLEGGIAMENTO: percentuale di corpo immersa.



Se il corpo galleggia, la Forza di Archimede $>$ Peso.

Essendo il corpo in equilibrio quando emerge in parte dalla superficie del liquido, le due forze agenti devono comunque essere uguali e opposte. Il peso del corpo sarà allora uguale alla forza di Archimede agente sulla sola parte immersa nel liquido..

$$p_{s_c} \cdot V_c = p_{s_l} \cdot V_{imm}$$

$$\frac{V_i}{V_c} = \frac{p_{s_c}}{p_{s_l}}$$

Se il corpo presenta delle cavità, il peso dipenderà non dall'intero volume esterno ma dal volume

“pieno” o “pesante”. Quindi : $\frac{V_i}{V_p} = \frac{p_{s_c}}{p_{s_l}}$.

FORZE AGENTI TRA LE MOLECOLE DI UN LIQUIDO

Oltre alla forza di gravità, all'interno di un liquido, agiscono altri tipi di forze dette di **coesione** e di **adesione**.

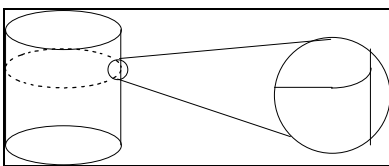
Le forze di coesione sono forze attrattive che tendono a tenere le molecole del liquido compatte. (Se sono trascurabili siamo in presenza di un aeriforme, se sono molto alte siamo in presenza di un solido. Nei liquidi hanno valori intermedi e fanno sì che il liquido abbia volume proprio ma non forma propria).

Le forze di adesione sono forze attrattive fra le molecole del liquido e le pareti del recipiente; tendono ad allontanare le molecole della superficie fra loro per attrarle verso le pareti del recipiente.

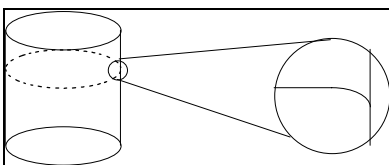
- Le forze di coesione sono evidenti in vari fenomeni: formazione di gocce, bolle di sapone, il fatto che la superficie del liquido si comporti come una membrana tesa.
- Le forze di adesione si notano osservando la forma che assume per esempio l'acqua ai bordi della superficie libera.

Possiamo dividere i liquidi in due tipi.

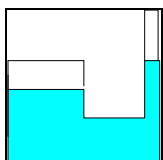
A. Liquidi che bagnano le pareti del recipiente: in questi casi le forze di adesione sono più grandi di quelle di coesione e la superficie libera in un recipiente è concava vicino alla parete (acqua).



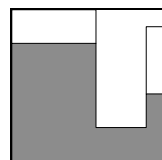
B. Liquidi che non bagnano le pareti del recipiente: le forze di coesione sono maggiori di quelle di adesione e la superficie libera ha forma convessa vicino alla parete (mercurio).



Queste caratteristiche sono ancora più accentuate nei vasi capillari (del diametro di 1 mm o meno) dove la superficie libera assume forma di menisco concavo o convesso. Inoltre nei vasi capillari non vale il principio dei vasi comunicanti.



I liquidi che bagnano le pareti raggiungono un livello più alto nei capillari.



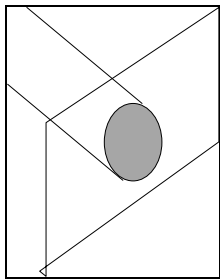
I liquidi che non bagnano le pareti, nei capillari, raggiungono livello più basso che negli altri vasi.

IDRODINAMICA

Studia le proprietà del moto di liquidi in tubi o condotte.

Legge di CASTELLI o equazione di continuità

Consideriamo un liquido, che, a regime, scorre in un tubo, senza turbolenze, in modo che ogni sezione del condotto è attraversata dal liquido con una velocità media v .

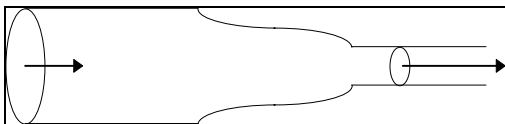


Si definisce **portata** in volume del liquido nel condotto il rapporto fra il volume del liquido che passa in una data sezione del tubo e il tempo impiegato ad attraversarla (analogamente: il volume di liquido che attraversa la sezione nell'unità di tempo); essa è anche uguale al prodotto della sezione per la velocità.

$$\text{La portata è } P = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot \Delta s}{\Delta t} = A \cdot v$$

Si misura in $\frac{m^3}{s}$; $\frac{\text{litri}}{s}$.

In condizioni di regime, la portata è costante, di conseguenza le velocità del liquido, in un condotto a sezione variabile, sono inversamente proporzionali alle aree delle sezioni del condotto.

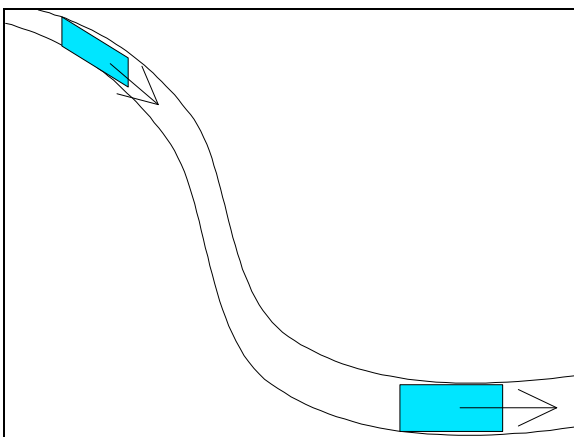


$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Teorema di BERNOULLI

Il teorema di Bernoulli è il principio di conservazione dell'energia per l'idrodinamica.

Consideriamo una massa Δm di liquido, che si sposta in un tubo di sezione variabile e con un dislivello, in due momenti diversi del suo percorso. Nei due punti considerati il liquido avrà, in generale, pressioni e velocità diverse. Essendo il volume ΔV costante (il liquido è incompressibile), variando la sezione, varierà anche Δx , cioè la lunghezza della porzione di liquido considerata.



Per il teorema dell'energia cinetica, la variazione di energia cinetica, $\Delta K = \frac{1}{2} \Delta m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m \cdot v_1^2$, è uguale al lavoro totale svolto dalle forze agenti: forza di gravità, forze di pressione.

$$L_1 = \Delta m \cdot gh_1 - \Delta m \cdot gh_2$$

$$L_2 = p_1 S_1 \Delta x_1 - p_2 S_2 \Delta x_2$$

$$S_1 \Delta x_1 = S_2 \Delta x_2 = \Delta V \text{ elementodivolume}$$

$$\Delta K = L_1 + L_2$$

$$\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho}$$

$$\Delta m \cdot gh_1 - \Delta m \cdot gh_2 + p_1 \frac{\Delta m}{\rho} - p_2 \frac{\Delta m}{\rho} = \frac{1}{2} \Delta m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m \cdot v_1^2$$

$$\rho gh_1 + p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \rho gh_2 + p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

da cui, essendo le posizioni 1 e 2 scelte a caso, si evince che:

$$\boxed{p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{costante}}$$

Nei diversi punti del condotto è costante la somma della pressione piezometrica, della pressione cinetica e della pressione di gravità.

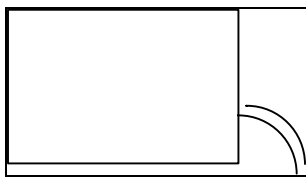
Nel caso in cui nel condotto non vi siano variazioni di altezza, il teorema si riduce a $p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{costante}$; questo implica che, se la velocità aumenta, la pressione diminuisce.

Sappiamo dalla legge di Castelli che la velocità è maggiore dove la sezione è più piccola, quindi la pressione è più bassa dove il tubo ha dei restringimenti, a differenza di quanto si potrebbe ipotizzare intuitivamente (paradosso idrodinamico).

Vedi pag. 464 del libro per alcune applicazioni del teorema.

Teorema di TORRICELLI

La velocità di effluvio di un liquido da un foro è pari alla velocità che acquisterebbe la massa di liquido cadendo dall' altezza h. E' facile dimostrarlo applicando il teorema di Bernoulli.



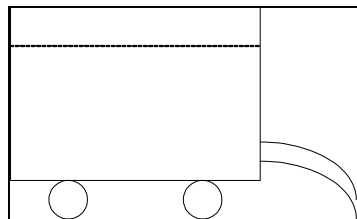
$$v = \sqrt{2gh}$$

Vedi libro pag. 466.

REAZIONE DEL GETTO FLUIDO

La forza con cui un getto fluido esce da un foro è proporzionale alla densità del fluido, alla sezione del foro e al quadrato della velocità di efflusso: $F = \rho A v^2$.

Per il principio di azione e reazione, se il contenitore del fluido è libero di muoversi, esso sarà spinto in avanti con una forza uguale opposta. Questa è la base del funzionamento di un motore a reazione.



seconda legge della dinamica

$$F = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$\Delta q = \Delta(mv)$$

$$m = \rho \Delta V$$

$$F = \frac{\rho \Delta V v}{\Delta t} = \rho P v = \rho (A v) v$$

quindi $F = \rho A v^2$, avendo considerato v costante ed m e V variabili.

AEROSTATICA

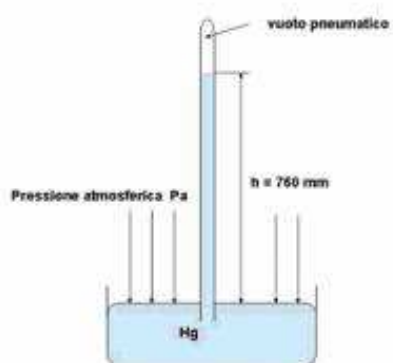
L'aerostatica studia il comportamento di gas e vapori in situazione di equilibrio. I gas in condizioni normali sono sotto forma di aeriforme; i vapori invece, in condizioni normali, sono liquidi.

Le caratteristiche dell'aeriforme perfetto sono:

- FLUIDITÀ: gli aeriformi sono molto più fluidi dei liquidi, nel senso che le forze di coesione delle molecole sono trascurabili.
- COMPRIMIBILITÀ ed ESPANDIBILITÀ: un aeriforme non ha né forma né volume propri e tende ad occupare tutto lo spazio a sua disposizione. Viceversa, anche applicando forze di scarsa intensità, è possibile diminuire o aumentare il volume di un aeriforme.
- ELASTICITÀ: è possibile cambiare la forma che un aeriforme acquisisce in un recipiente, applicando una forza, ma, al cessare di questa, l'aeriforme riprende la forma iniziale.

Per gli aeriformi valgono, come per i liquidi, il principio di Pascal e la legge di Archimede. Non vale la legge di Stevino. La pressione atmosferica, ad esempio, varia con l'altitudine con legge più complessa. La pressione atmosferica è la pressione esercitata dal peso dello strato di aria che circonda la Terra. Esso è alta circa 500 km, ma è molto più densa nei primi 100 km.

Esperimento di TORRICELLI



Torricelli misurò la pressione atmosferica ideando un celebre esperimento.

Rovesciò una canna barometrica piena di mercurio, tenendola inizialmente tappata, in una bacinella, anch'essa contenente mercurio. Osservò che rimanevano 76 cm di mercurio nel tubo; alla base della colonna di mercurio, sulla sua sezione S, agiscono da una parte il peso del mercurio presente nella canna (verso il basso), dall'altra la forza generata dalla pressione dell'aria sulla superficie libera del mercurio (verso l'alto). Le due forze si uguagliano in modulo quando l'altezza del mercurio è di 76 cm, consentendo al liquido di stare in

equilibrio. Agendo entrambe le forze sulla medesima superficie S (la sezione della canna), saranno uguali le pressioni esercitate.

La pressione atmosferica è cioè uguale alla pressione idrostatica di 76 cm di mercurio:

$$p_{atm} = dgh = 1atm = 101325Pa = 760Torr = 760mm_{Hg} = 76cm_{Hg} \text{ al livello del mare.}$$

L'esperimento fece scalpore soprattutto in quanto nella parte sovrastante il mercurio si era generato il vuoto assoluto. Se ne discusse molto in ambito filosofico e teologico, dove molti studiosi sostenevano ancora la teoria aristotelica dell'*Horror vacui* (la natura rifiuta il vuoto).

BAROMETRI E MANOMETRI

Esistono due tipi di strumenti per la misura della pressione: i barometri per misurare la pressione atmosferica e i manometri per misurare la pressione degli aeriformi in un recipiente.

AERODINAMICA

Studia le forze che intervengono nel moto relativo tra un fluido aeriforme e un corpo solido.

Gli esperimenti relativi, infatti, vengono spesso svolti nelle gallerie del vento, dove il corpo solido è fermo ed è il fluido a muoversi.

Per basse velocità la legge che descrive la forza di attrito che oppone un fluido viscoso al moto di un oggetto in esso è nota come legge di Stokes:

$$F = K\eta v$$

dove K è un coefficiente che dipende dalla forma geometrica del corpo, η è il coefficiente di attrito viscoso tra il solido e il fluido considerato, v è la velocità con cui si muove il corpo. La forza di attrito, quindi a differenza dell'attrito solido-solido, aumenta con la velocità.
Nel caso di un corpo sferico, si ha:

$$F = 6\pi r\eta v.$$

Se il corpo è in caduta nel fluido, il corpo accelera a causa della gravità, la forza di attrito viscoso aumenta fino a che la forza peso è uguagliata dalla forza di attrito. In realtà l'uguaglianza delle due forze è ottenuta solo dopo un tempo infinito, ma in pratica le due forze differiscono, da un certo momento, di un termine trascurabile. Il corpo quindi, da un certo istante, cade di moto pressoché uniforme con velocità $v = \frac{mg}{6\pi r\eta}$.

(per approfondimenti vedi paragrafo 9 pag. 467, per futuri medici...) e:

[Quando un corpo si muove all'interno di un fluido (liquido o gas) è soggetto ad una forza di attrito dovuta all'interazione del corpo con le molecole del fluido. Tale forza di attrito è legata ad un numero adimensionale detto **numero di Reynolds**

$$Re = \frac{2R_s v \rho}{\eta},$$

in cui R_s è la dimensione caratteristica dell'oggetto, nel caso di un sistema isotropo (uguale in tutte le direzioni) il raggio della sfera, $v = |\vec{v}|$ la sua velocità scalare, ρ la densità del fluido e η la viscosità del fluido.

Se il corpo si muove a bassa velocità, nel flusso prevalgono le forze di viscosità rispetto a quelle d'inerzia (*regime di Stokes*), ovvero per $Re < 1$, allora la forza di attrito è proporzionale alla velocità del corpo nel fluido; nel caso di una sfera, la forza di attrito è data in questo caso dalla legge di Stokes,

$$\vec{F}_a = -6\pi \eta R_s \vec{v}$$

Se la velocità del corpo è superiore, $Re > 1$, le forze d'inerzia prevalgono rispetto alla viscosità ed il moto relativo del fluido è detto **laminare** fino a $Re = 10^6$ oppure **turbolento** per $Re > 10^6$.

In tale caso è possibile approssimare la forza di attrito con la formula

$$F_a = \frac{1}{2} c_r \rho S v^2$$

dove S è l'area della sezione frontale del corpo e c_r , un coefficiente aerodinamico di resistenza (adimensionale) che tiene conto della forma e del profilo del corpo in moto nel fluido. I valori di c_r , riportati per una sfera variano tra 0,4 e 0,5, mentre si hanno valori maggiori di 1 per oggetti di forma irregolare. Per un profilo alare c_r può anche essere significativamente minore di 0,1. La velocità in questo caso è lungo l'asse della direzione di avanzamento principale e c_r è proporzionale all'angolo di attacco del mezzo.]