

## DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

### Radici di indice dispari

Le radici cubiche, e di indice dispari in generale, esistono per  $\forall x \in \mathfrak{R}$ ; esse hanno lo stesso segno del radicando.

### DISEQUAZIONI CON RADICI CUBICHE

Per risolvere una disequazione del tipo  $\sqrt[3]{f(x)} \geq g(x)$ ,

è sufficiente elevare i due membri all'indice di radice:  $f(x) \geq [g(x)]^3$

### Radici di indice pari

Le radici quadrate, e di indice pari in generale, esistono solo per valori positivi del radicando; inoltre si assume che abbiano sempre segno positivo, a meno che non sia esplicitato il segno meno davanti alla radice stessa.

|                              |                      |                      |               |
|------------------------------|----------------------|----------------------|---------------|
| <b>Campo di esistenza di</b> | $\sqrt{f(x)}$        | è                    | $f(x) \geq 0$ |
| <b>Segno</b>                 | $\sqrt{f(x)} \geq 0$ | $\forall x \in C.E.$ |               |

Per quanto concerne equazioni e disequazioni con radici quadrate è indispensabile tenere presenti le due considerazioni precedenti.

### DISEQUAZIONI CON RADICI QUADRATE

1)  $\sqrt{f(x)} \geq 0$       sol:  $f(x) \geq 0$  (C.E.)

$\sqrt{f(x)} > 0$       sol:  $f(x) > 0$

$\sqrt{f(x)} \leq 0$       sol:  $f(x) = 0$

$\sqrt{f(x)} < 0$       sol: impossibile

2)  $\sqrt{f(x)} \geq n$       se  $n > 0$       sol:  $f(x) \geq n^2$  (implica il C.E.)

se  $n < 0$       sol:  $f(x) \geq 0$ , C.E.

$\sqrt{f(x)} \leq n$       se  $n > 0$       sol:  $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) \leq n^2 \end{cases}$

se  $n < 0$       sol: impossibile

$$3) \quad A. \quad \sqrt{f(x)} \geq g(x)$$

Poiché la radice è positiva e  $g(x)$  è minore della radice,  $g(x)$  potrà essere sia positiva, sia negativa. Ci si ricorda così che si devono impostare due sistemi:

$$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq [g(x)]^2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$$

Nel primo sistema ci si comporta come se  $g(x)$  fosse un numero positivo, nell'altro sistema come se  $g(x)$  fosse un numero negativo.

$$B. \quad \sqrt{f(x)} \leq g(x)$$

Poiché  $g(x)$  deve essere maggiore di una radice quadrata, sempre positiva,  $g(x)$  potrà essere solo positiva. Ci si ricorda quindi di impostare un solo sistema.

$$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) \leq [g(x)]^2 \end{cases}$$

$$C. \quad \sqrt{f(x)} \geq \sqrt{g(x)}$$

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g(x) \end{cases}$$

Questi sono i casi più semplici. Tutti gli altri potranno essere risolti ragionando situazione per situazione sulla base delle considerazioni fatte.