

DISEQUAZIONI IN VALORE ASSOLUTO

Definizione di valore assoluto di una funzione: $|f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \\ -f(x), & f(x) < 0 \end{cases}$

Di conseguenza $|f(x)| \geq 0, \forall x \in C.E. f(x)$.

Caso 1, confronto con 0.

$$|f(x)| \geq 0 \Leftrightarrow \forall x \in C.E. f(x)$$

$$|f(x)| > 0 \Leftrightarrow \forall x, f(x) \neq 0$$

$$|f(x)| < 0 \quad \text{impossibile}$$

$$|f(x)| \leq 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$$

Caso 2, confronto con un numero

$$|f(x)| \geq n \begin{cases} \forall x \in C.E. & n < 0 \\ f(x) \geq n \vee f(x) \leq -n & n > 0 \end{cases}$$

$$|f(x)| \leq n \begin{cases} \text{impossibile} & n < 0 \\ -n \leq f(x) \leq n & n > 0 \end{cases}$$

Caso 3, confronto con una funzione della x

$$|f(x)| \leq \text{oppure} \geq g(x)$$

E' preferibile applicare la definizione di valore assoluto. Pertanto si risolve:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) \leq \text{oppure} \geq g(x) \end{cases} \cup \begin{cases} f(x) < 0 \\ -f(x) \leq \text{oppure} \geq g(x) \end{cases}$$

Caso 4, la disequazione contiene due o più valori assoluti

$$\text{Ex. } |f(x)| \pm |g(x)| \leq |h(x)| - k(x) + n$$

Si studia il segno delle funzioni che compaiono in valore assoluto e si divide l'asse dei reali in intervalli, tali che in ogni intervallo ogni funzione abbia sempre lo stesso segno. Si mette poi a sistema ogni intervallo trovato con la disequazione, in cui si sono eliminati i segni di modulo applicando la definizione di valore assoluto. La soluzione completa è data dall'unione delle soluzioni trovate nei singoli intervalli.