

## CONSIGLI PER IL CALCOLO DEGLI INTEGRALI INDEFINITI

- Osservo come prima cosa se è possibile individuare nella funzione integranda due funzioni tali che una sia la derivata dell'altra. In questo caso provo il metodo di trasformazione della funzione integrando che è il più semplice.
  - Se la funzione integranda è un prodotto, avendo escluso il caso precedente, probabilmente si deve usare il metodo per parti, ma non è escluso che si possa usare quello di sostituzione.
  - Se la funzione integranda è una singola funzione probabilmente si usa il metodo per parti introducendo il fattore 1, a meno che non si tratti di integrale immediato, magari da farsi con scomposizione, sommando e sottraendo qualcosa.
  - Quando ho radici o funzioni trascendenti ( $\text{tg } x$ ,  $\ln x$ ,  $e^x$ ...) è possibile che si debba usare il metodo di sostituzione, ma, se tali funzioni sono moltiplicate tra loro o con funzioni razionali, è possibile anche che funzioni il metodo per parti.
  - Se la funzione integranda è una qualsiasi frazione, si valuta dapprima se è possibile fare una scomposizione, magari con l'artificio "aggiungo/tolgo". Si valuta anche se il numeratore possa essere o diventare in qualche modo la derivata del denominatore (logaritmo) o del radicando a denominatore (radice, ex. n. 16 scheda), prima di procedere in altro modo.
  - Se il denominatore è una radice di un trinomio di secondo grado e il numeratore è un numero (o è stato ridotto ad un numero con i metodi precedenti), si sa che si deve cercare un  $\arcsen$  (n.13. scheda) o un integrale tipo n. 19 della scheda.
  - Se nell'integrale compare un termine del tipo  $\sqrt{a^2 - x^2}$  o simili, è molto probabile che si debba procedere con la sostituzione goniometrica :  $x = a \text{ sen } t$ . (ex. n.24. scheda), a meno che si tratti di un  $\arcsen$ , se la radice è al denominatore.
  - Se la funzione integranda è una funzione razionale fratta, si fanno le seguenti considerazioni:
    - Guardo il grado di numeratore e denominatore. Se il numeratore è di grado superiore, faccio la divisione tra polinomi: ottengo un polinomio quoziente facilmente integrabile e una frazione (resto/divisore).
    - Il polinomio-resto avrà ovviamente grado minore del denominatore. A questo punto scompongo il denominatore nei minimi termini, che saranno di primo o di secondo grado. Riconduco la frazione a una somma di frazioni più semplici.
- N.B. La scomposizione della frazione iniziale in frazioni più semplici, va fatta ponendo a numeratore i parametri incogniti A, B, C, ...questo in tutti i casi tranne quando il denominatore è un trinomio con  $\Delta$  negativo, in questo caso al numeratore si scrive un termine di primo grado del tipo:  
 $Ax + B$ .
- Le frazioni col denominatore di primo grado originano dei logaritmi; i denominatori di secondo grado possono essere dei quadrati perfetti e allora si integrano con la regola delle potenze o dei trinomi con  $\Delta$  negativo, questi originano delle arctg.

### Caso particolare:

se il **denominatore** è già in origine un trinomio di **secondo grado**, e il numeratore è già di grado inferiore al secondo, calcolo  $\Delta$ :

- se  $\Delta$  è **negativo**, ho due casi:
  - a) il numeratore è del tipo  $ax + b$ ; prima faccio venire al numeratore la derivata del denominatore, scompongo in due integrali; uno è un logaritmo e l'altro origina un'arctg (con gli opportuni passaggi per riscrivere il denominatore come somma di un numero e di un quadrato, n.14 scheda);
  - b) il numeratore è un numero; faccio subito gli artifici per ricondurmi all'arctg.
- se  $\Delta$  è **zero**, ho gli stessi due casi:
  - a) il numeratore è del tipo  $ax + b$ ; prima faccio venire al numeratore la derivata del denominatore, scompongo in due integrali; uno origina un logaritmo e l'altro è un numero fratto un quadrato perfetto e si integra come potenza;
  - b) il numeratore è un numero; il denominatore è un quadrato perfetto e si integra come potenza.
- se  $\Delta$  è **maggiore di zero**, si scompone SUBITO con il solito metodo senza cercare prima di far venire sopra la derivata del denominatore; si perviene a due logaritmi.

PIU' DI COSI' NON SO CHE DIRVI...FATE TANTI TANTI ESERCIZI.