I NUMERI PRIMI

Sin dalla più remota antichità il concetto di numero primo affascina e confonde gli esseri umani.

[…]

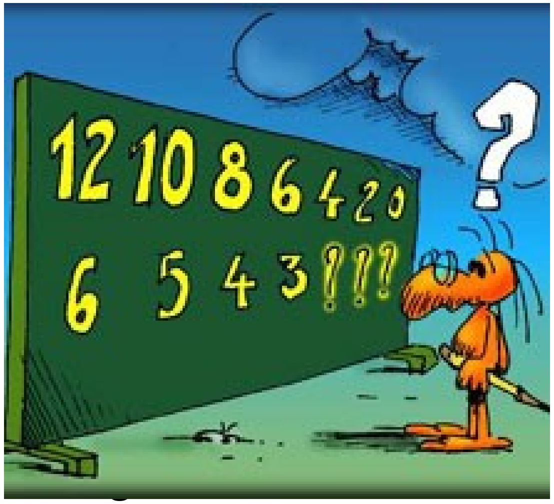
I numeri primi sono gli elementi essenziali della teoria dei numeri.

Tratto da "L'enigma di Fermat"

di Amir D. Aczel

DEFINIZIONE

Si definisce “primo” quel numero che ha come divisori solo il numero 1 e se stesso.



Ecco la serie dei numeri primi compresi tra 1 e 107:

1,2,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,
53,59,61,67,71,73,79,83,89,97,101,103,107

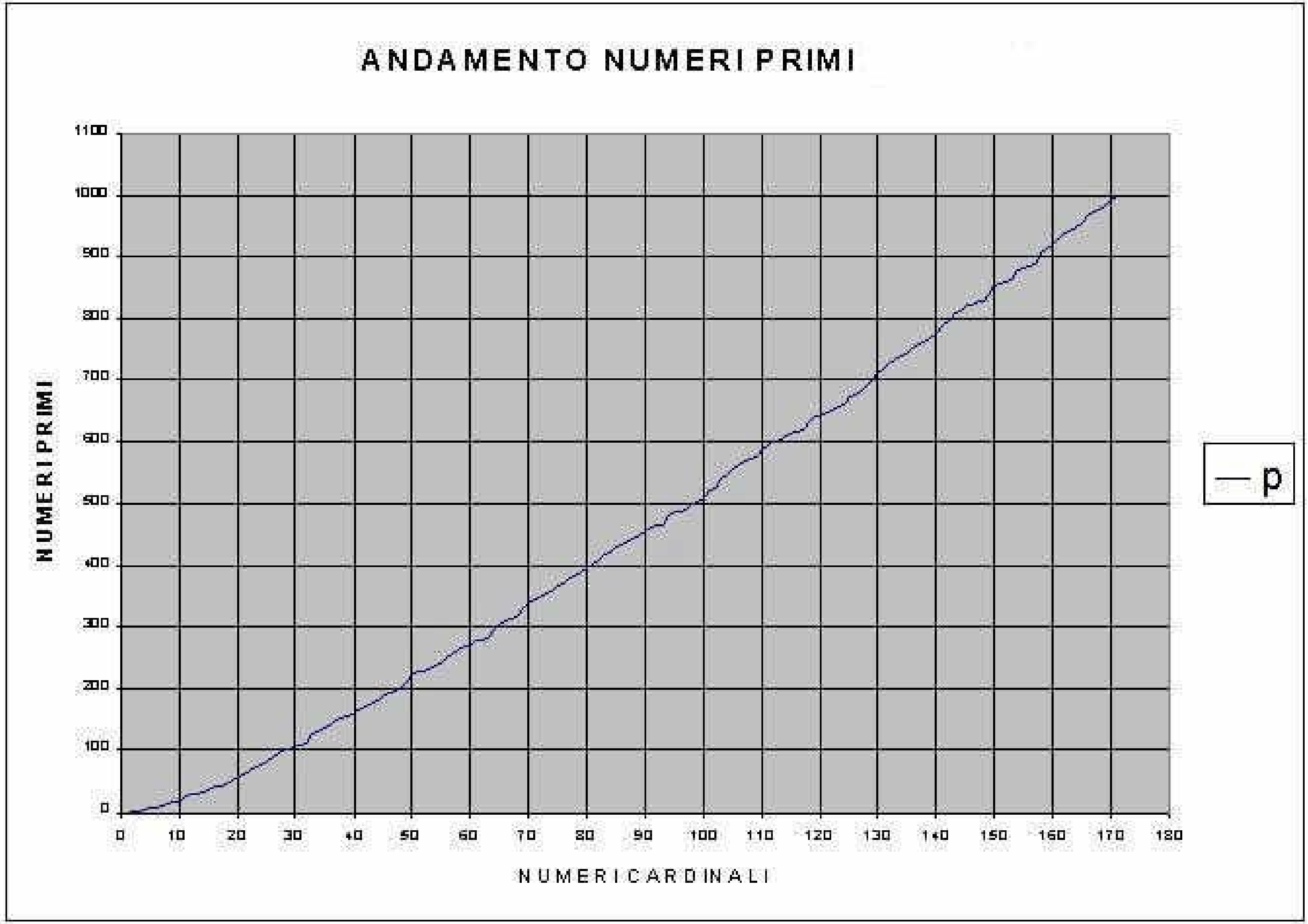
Si nota come non possiamo trovare alcuna regolarità

Se analizziamo l'intercalare dei numeri primi da 1 a 1000:

- da 1 a 10 ve ne sono: 5
- da 10 a 50 ve ne sono: 11
- da 50 a 100 ve ne sono: 10
- da 100 a 500 ve ne sono: 70
- da 500 a 1000 ve ne sono: 73

non troviamo **nessuna regola** che ne definisca la sequenza.

Questa è la legge di rarefazione dei numeri primi. Secondo questa legge si può pensare che i numeri primi siano in numero finito, ma non è così, infatti, Euclide dimostrò che i numeri primi sono infiniti.


ANDAMENTO NUMERI PRIMI
NUMERI PRIMI
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
1100
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180
NUMERI CARDINALI
p

NELL’AMBITO DEI NUMERI PRIMI

TROVIAMO DELLE CURIOSITA’ COME...

I NUMERI GEMELLI

SONO COPPIE DI NUMERI PRIMI CHE DIFFERISCONO DI DUE UNITA'

- 5 e 7
- 17 e 19
- 101 e 103

Congettura di Goldbach

Goldbach (1690 - 1764) enunciò la seguente congettura:

“*Ogni numero pari può essere scritto sotto forma di somma di numeri primi*”

Infatti ogni n>2 pari si può esprimere come la somma di due primi:

- 4=2+2
- 6=3+3
- 8=5+3
- 10=5+5
- 100=3+97

Come si distribuiscono i numeri primi?

Vi sono stati vari matematici che si sono occupati della questione:

- Euclide
- Eratostene
- Marin Mersenne
- Pierre de Fermat
- Leonhard Euler
- Edouard Lucas
- Curtis Cooper e Steven Boone

Primo problema: quanti sono i numeri primi?

III sec. a.C. Euclide dimostra che i numeri primi sono infiniti

Dimostrazione (metodo indiretto):
Si suppone che i numeri primi siano in numero finito. Esiste allora il numero primo più grande di tutti (MAX). Se si esegue il prodotto tra MAX e tutti i numeri primi che lo precedono e si aumenta di 1 il risultato, si ottiene un nuovo numero primo N più grande di MAX: infatti dividendo N per ciascun numero primo si ottiene sempre resto 1. Questa è un'assurdità perché è in contrasto con il fatto che MAX sia il più grande numero primo. Perciò si conclude che i numeri primi sono infiniti

…se non esiste una formula matematica per determinare tutti i numeri primi, esiste un metodo empirico per trovarli.

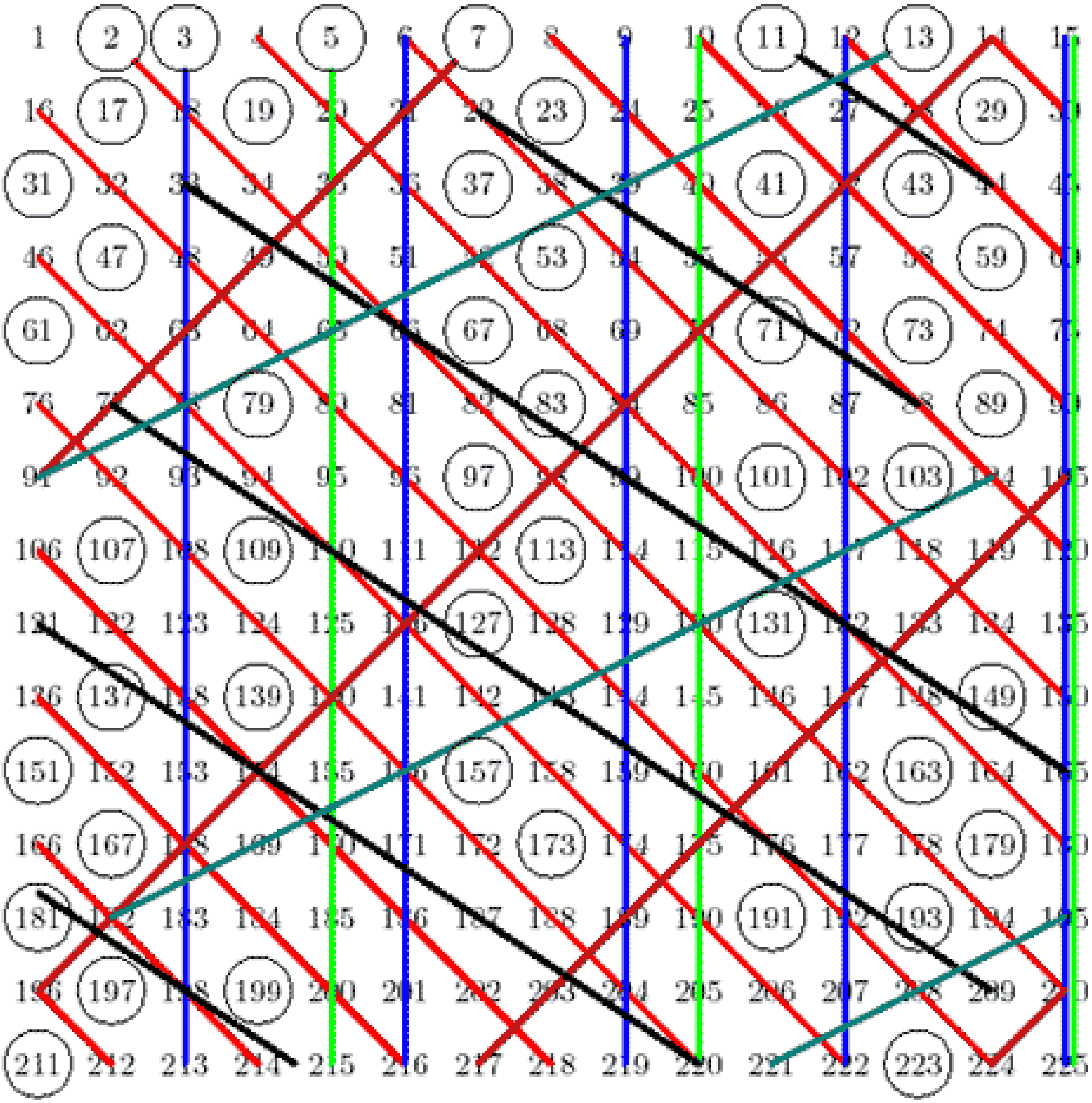
Si introduce così il **crivello di Eratostene** risalente al III sec. a.C..

Eratostene e il suo crivello

Procedimento:

- Si scrivono su un foglio i numeri da 1 a 100
- Il numero 1 viene cancellato perché non è classificato come primo
- Si cerchia il 2, il più piccolo numero primo
- Si cerchia il 3 e si cancellano i multipli di 2 e 3
- Si cerchia il 5 a si eliminano i suoi multipli

Graficamente



La formula di Marin Mersenne

(1588 - 1648)

$$p' = 2^{p} - 1$$

Dove p' è primo.

Tuttavia non sempre questa formula è verificata.

Pierre de Fermat
(1601- 1665)

Enunciò diversi teoremi sulla teoria dei numeri tra cui

$$2^{2^n} + 1 = \text{numero primo}$$

In seguito si dimostrò che tale relazione non produce sempre numeri primi.

Gli algoritmi di Eulero

(1707 – 1783)

$$n^2 + n + 41$$

$$n^2 + n + 17$$

Nei primi 50 numeri le formule non danno numeri primi

I numeri perfetti

Sono quei numeri uguali alla somma dei loro divisori.

Es.

6=1+2+3 i quali sono anche suoi divisori

28=1+2+4+7+14

496=1+2+4+8+16+31+62+124+254+248

Eulero trovò che

$$n=2^{p-1}(2^p-1)$$

Dove p è numero primo e n è perfetto

(un numero si dice perfetto quando è uguale alla somma dei suoi divisori propri, compreso 1 ed escluso se stesso).

Es. 28=1+2+4+7+14)

La più bella formula matematica (dovuta ad Eulero)

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

- Abbiamo 1 e 0,fondamentali per il nostro sistema numerico
- Le tre operazioni matematiche di addizione moltiplicazione ed elevamento e potenza
- “e” e “π” numeri trascendenti

  dove e=2,718281828…..
- “i” la base dei numeri immaginari

Edouard Lucas
(1842 – 1891)

Calcolò un numero primo di 77 cifre nella formula:

$$[2^{127-1}(2^{127}-1)]$$

Passo decisivo: rinuncia alla ricerca di una formula che determini i numeri primi per chiarire, invece, la *distribuzione media* dei primi tra i numeri naturali.

Uno dei risultati più importanti:
intorno al 1800 **Gauss** scopre una buona approssimazione del comportamento medio della distribuzione dei numeri primi all'interno della successione dei numeri naturali.

Riemann

Nel 1859 Riemann presenta, in un articolo intitolato "Sul numero dei primi minori di una certa grandezza", un'ipotesi per determinare la distribuzione dei primi tra gli altri numeri. L'ipotesi avrebbe permesso di "trovare una formula per generare l'elenco dei numeri primi".

Da un secolo e mezzo **l'ipotesi di Riemann** ossessiona i matematici.

Stabilire una regola matematica che dimostri se esiste o no una logica nell'assenza di una cadenza nella distribuzione dei numeri primi, significherebbe comprendere se vi è una "aritmia" totale in quest'ultima o meno; questo potrebbe avere importanti ricadute sulle applicazioni informatiche odierne e future.

Nel 1976 Jones, Sato, Wada e Wiens dimostrano **l’esistenza di un polinomio in 26 variabili i cui valori positivi, al variare delle variabili sui numeri interi, sono esattamente i numeri primi.**

Esso rappresenta attualmente il migliore risultato trovato nella ricerca di una formula per determinare i numeri primi.

2005:

Curtis Cooper e Steven Boone
calcolano il più grande numero primo

Formato da 9 milioni di cifre:

$$2^{30.402.457} - 1$$

Per concludere si può citare la seguente *caratterizzazione* dei numeri primi:

Un numero n *è primo se e solo se*

(n - 1)! + 1

è divisibile per n

Si fa notare così che questa proposizione può essere facilmente utilizzata come *test di primalità* di un numero naturale, ossia per verificare se esso sia o no primo

La questione sui numeri primi è ancora aperta.

Non si sa quanti sono …

Sono infiniti?