

**GARA2 2019 SECONDARIA DI SECONDO GRADO INDIVIDUALE**

**ESERCIZIO 1**

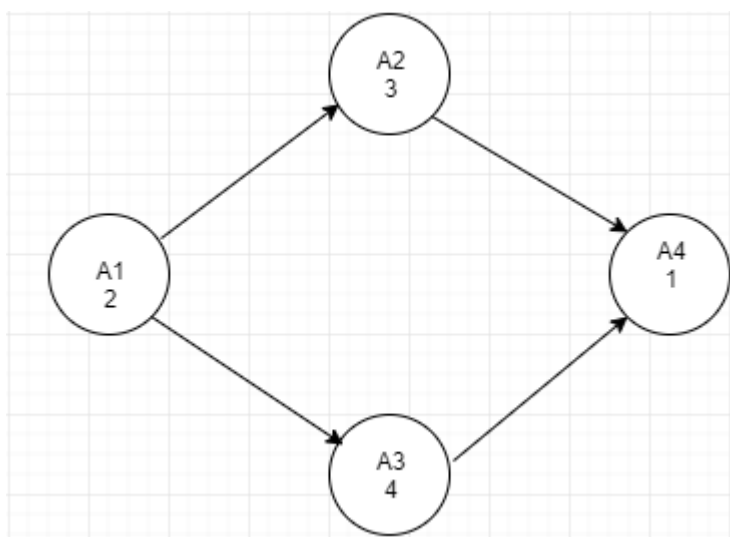
Premessa

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di giorni necessari per completarla.

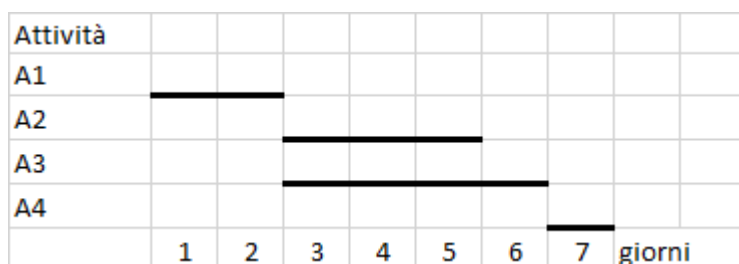
| Attività | Giorni |
|----------|--------|
| A1       | 2      |
| A2       | 3      |
| A3       | 4      |
| A4       | 1      |

Le attività devono *succedersi opportunamente* nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi le *priorità* sono descritte con coppie di sigle. Ad esempio, la priorità [A1,A2] indica che l'attività A2 potrà essere iniziata solo dopo il completamento dell'attività A1.

Se le priorità tra le attività del progetto sono: [A1,A2], [A1,A3], [A2,A4], [A3,A4] la prima attività è la A1 (non è mai presente in seconda posizione) e l'ultima attività è la A4 (non è mai presente in prima posizione). Per ogni altra attività si individuano le precedenze:



da cui il diagramma di Gantt



Per trovare il numero minimo N di giorni necessari per completare il progetto rispettando le priorità, basterà leggere dal grafico: in questo caso N sarà pari a 7.

**PROBLEMA**

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di giorni necessari per completarla.

| Attività | Giorni |
|----------|--------|
| A1       | 3      |
| A2       | 4      |
| A3       | 6      |
| A4       | 9      |
| A5       | 4      |

Le priorità tra le attività sono: [A1,A2], [A1,A3], [A1,A4],[A2,A5], [A3,A5],[A4,A5]

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Scrivere la soluzione nella casella sottostante.

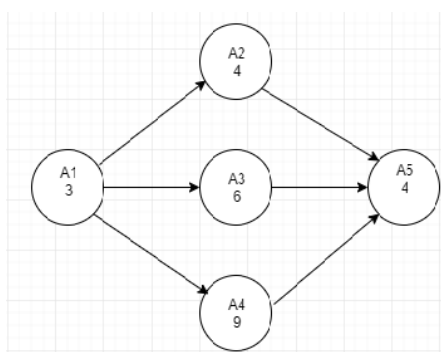
|   |  |
|---|--|
| N |  |
|---|--|

Soluzione

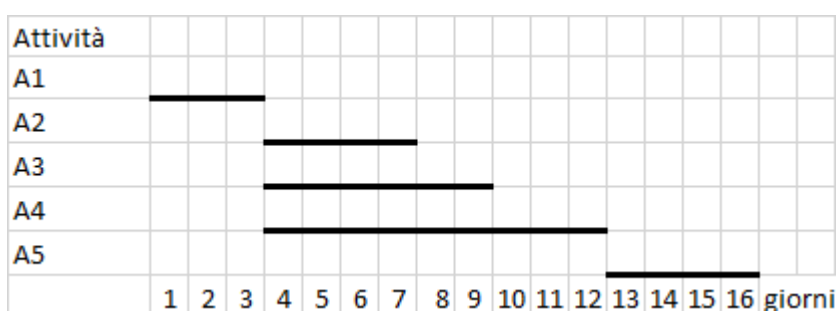
|   |    |
|---|----|
| N | 16 |
|---|----|

**Commenti alla soluzione.**

Tracciato il diagramma delle precedenze :



segue il diagramma di Gantt :



in cui si legge  $N = 16$ .

## ESERCIZIO 2

Questi problemi trattano di *entità* correlate da fatti; ciascuna entità ha *valori* discreti. Nei problemi vengono enunciati dei fatti e da questi occorre *ragionare*, traendo *conclusioni* per associare le entità. Per risolvere questi problemi è utile usare un master board

## PROBLEMA

Andrea, Benedetta e Chiara sono tre amici viaggiatori. Quest'anno hanno visitato 3 capitali europee: Berlino, Parigi, Madrid. Per raggiungere la capitale visitata ne hanno approfittato per compiere un viaggio partendo dall'Italia complessivamente di 3000, 4000, 5000 km. I viaggi sono stati svolti in tre mesi specifici del medesimo anno: Aprile, Maggio, Luglio. Il nome delle capitali, il numero di chilometri e i mesi sono elencati in ordine casuale (e quindi non si corrispondono ordinatamente). Dai fatti elencati di seguito, determinare quale capitale abbia visitato ciascuno dei tre amici, quanti chilometri abbia compiuto e in quale mese.

1. La capitale visitata da Chiara ha latitudine superiore ai  $50^\circ$ .
2. Benedetta ha fatto il viaggio successivamente a Chiara.
3. Il viaggiatore che ha visitato la capitale tedesca ha fatto il numero maggiore di km.
4. Il viaggio che ha portato a Parigi come destinazione è stato svolto in estate.
5. Benedetta non ha visitato la Spagna.
6. Andrea ha fatto più chilometri di Benedetta.
7. In Maggio nessuno è stato a Berlino.

Scrivere le entità nella casella sottostante (capitale e mese con lettera iniziale maiuscola).

| NOMI      | CAPITALE | KM | MESE |
|-----------|----------|----|------|
| Andrea    |          |    |      |
| Benedetta |          |    |      |
| Chiara    |          |    |      |

SOLUZIONE

| NOMI      | CAPITALE | KM   | MESE   |
|-----------|----------|------|--------|
| Andrea    | Madrid   | 4000 | Maggio |
| Benedetta | Parigi   | 3000 | Luglio |
| Chiara    | Berlino  | 5000 | Aprile |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Nell'enunciato del problema compaiono tre entità: viaggiatori, capitali e chilometri fatti; si può assumere che la coppia principale sia data da viaggiatore e capitale.

1. Conclusioni dirette dal primo fatto, "La capitale visitata da Chiara ha latitudine superiore ai 50°": osservando i dati c'è una sola capitale con latitudine superiore a 50°, ovvero Berlino. Quindi Chiara ha visitato Berlino.
2. Conclusioni dirette dal secondo fatto: "Benedetta ha fatto il viaggio successivamente a Chiara.": quindi Benedetta non può aver viaggiato in Aprile e Chiara non può aver viaggiato in Luglio.
3. Conclusioni dirette dal terzo fatto, "Il viaggiatore che ha visitato la capitale tedesca ha fatto il numero maggiore di km": osservando i dati si desume che il viaggiatore che ha visitato Berlino abbia fatto 5000 km.
4. Conclusioni indirette dal terzo fatto, "Il viaggiatore che ha visitato la capitale tedesca ha fatto il numero maggiore di km": Chiara è il viaggiatore che ha fatto più chilometri.
5. Conclusioni dirette dal quarto fatto: "Il viaggio che ha portato a Parigi come destinazione è stato svolto in estate": il viaggio che ha portato a Parigi si è svolto in Luglio, essendo l'unico mese estivo.
6. Conclusioni dirette dal quinto fatto, "Benedetta non ha visitato la Spagna.": dal master board risulta allora che Benedetta sia stata a Parigi e Andrea a Madrid.

7. Conclusioni indirette dal quinto fatto, “Benedetta non ha visitato la Spagna.”: dal master board risulta allora che Benedetta ha viaggiato in Luglio.
8. Conclusioni dirette dal sesto fatto, “Andrea ha fatto più chilometri di Benedetta.”: dal master board risulta allora che Andrea abbia fatto 4000 km e Benedetta 3000 km.
9. Conclusioni indirette dal sesto fatto, “Andrea ha fatto più chilometri di Benedetta.”: Il viaggio con destinazione Madrid è stato di 4000 km, mentre quello con destinazione Parigi è stato di 3000 km.
10. Conclusioni dirette dal sesto fatto, “In Maggio nessuno è stato a Berlino.”: dal master board risulta allora che il viaggio a Berlino sia stato fatto in Aprile e quindi quello a Madrid in Maggio.
11. Conclusioni indirette dal sesto fatto, “In Maggio nessuno è stato a Berlino.”: essendo Chiara stata a Berlino, allora Chiara ha viaggiato in Aprile e Andrea in Maggio.

### ESERCIZIO 3

Premessa

Dati un certo numero di oggetti caratterizzati da un valore e da un peso è possibile fornire una loro descrizione elencandone le informazioni. Ad esempio, un deposito che contiene n oggetti può essere descritto da n elementi del tipo:

tab(m1,15,35)

dove ogni oggetto è descritto specificando la sua sigla, il suo valore e il suo peso (il primo oggetto si chiama m1, ha un valore di 15 euro e un peso di 35 kg).

Se si ha a disposizione un piccolo motocarro con una certa portata massima, per trovare quali sono i due oggetti diversi che possono essere trasportati contemporaneamente e che abbiano il massimo valore complessivo occorre considerare tutte le possibili coppie di due oggetti diversi, il loro valore e il loro peso.

### PROBLEMA

Un deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,50,50)      tab(m2,100,52)      tab(m3,30,36)      tab(m4,90,86)

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 120 kg trovare la lista L delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V.

Scrivere le soluzioni nella tabella sottostante.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente, cioè seguendo l'ordine:  
 $m1 < m2 < m3 < \dots$

|   |  |
|---|--|
| L |  |
| V |  |

Soluzione

|   |         |
|---|---------|
| L | [m1,m2] |
| V | 150     |

**Commenti alla soluzione**

Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili (cioè con peso complessivo minore o eguale a 120 kg) e tra queste scegliere quella di maggior valore:

| COMBINAZIONI | VALORE        | PESO        | TRASPORTABILI |
|--------------|---------------|-------------|---------------|
| [m1,m2]      | $50+100=150$  | $50+52=102$ | si            |
| [m1,m3]      | $50+30=80$    | $50+36=86$  | si            |
| [m1,m4]      | non calcolato | $50+86=136$ | no            |
| [m2,m3]      | $100+30=130$  | $52+36=88$  | si            |
| [m2,m4]      | non calcolato | $52+86=138$ | no            |
| [m3,m4]      | non calcolato | $36+86=122$ | no            |

E' utile osservare che le coppie in cui è presente il minerale m4 eccedono il peso trasportabile dal motocarro quindi risulta inutile calcolarne il valore.

Fra le rimanenti, scegliamo la coppia formata dai minerali m1 e m2 perché il suo valore complessivo 150 è maggiore del valore complessivo delle altre coppie trasportabili.

**ESERCIZIO 4**

**PREMESSA**

Una sequenza può essere pensata come una lista; per esempio la seguente è una sequenza di numeri interi (non necessariamente distinti):[15,6,12,18,9,8,10,20,8,4,7]

Una *sottosequenza* è una lista che contiene *alcuni* degli elementi di quella originale, anche non consecutivi, posti nello stesso ordine. Esempi di sottosequenze della lista precedente sono: [15,18,20,4], [15,6,12,18,7], [9,8,10, 8,4,7].

Non è una sottosequenze della lista precedente la seguente: [15,18,12,9,8,20,10,4,] perché gli elementi non compaiono nello stesso ordine di quella data (per esempio 18 e 12 oppure 20 e 10).

Data una sequenza, si vogliono determinare sottosequenze con certe proprietà; un caso tipico è determinare la sottosequenza più lunga (strettamente) *decrescente*, o quella (strettamente) *crescente*, oppure quella i cui elementi godono di certe proprietà.

N.B. “strettamente” indica che non ci sono elementi ripetuti.

**PROBLEMA**

Considerate la sequenza descritta dalla seguente lista:

$$[2,101,49,11,54,6,35,76,16]$$

Si trovi:

1. Il numero  $N$  uguale alla lunghezza massima di una sottosequenza non crescente (“non crescente vuol dire che ogni numero della sottosequenza deve essere minore oppure uguale a quello che lo precede nella sottosequenza)
2. Il numero  $K$  di sottosequenze non crescenti di lunghezza uguale ad  $N$
3. La lista  $L$  che elenca i numeri che formano la sottosequenza non crescente che, fra tutte quelle di lunghezza uguale ad  $N$ , è tale che la somma di tutti i suoi elementi sia pari.

Scrivere la soluzione nella tabella sottostante.

|   |     |
|---|-----|
| N |     |
| K |     |
| L | [ ] |

**SOLUZIONE**

|   |                |
|---|----------------|
| N | 4              |
| K | 3              |
| L | [101,54,35,16] |

**Commenti alla soluzione.**

Per prima cosa è opportuno effettuare una ricerca tra tutte le sottosequenze non crescenti, elencate nel seguito.

Sottosequenze che iniziano con 2:  
[2]

Sottosequenze che iniziano con 101:  
[101,49,11,6]  
[101,49,6]  
[101,49,35,16]  
[101,49,16]  
[101,11,6]  
[101,54,6]  
[101,54,35,16]  
[101,54,16]  
[101,6]  
[101,35,16]  
[101,76,16]  
[101,16]

Sottosequenze che iniziano con 49:  
[49,11,6]  
[49,6]  
[49,35,16]  
[49,16]

Sottosequenze che iniziano con 11:  
[11,6]

Sottosequenze che iniziano con 54:  
[54,6]

[54,35,16]

[54,16]

Sottosequenze che iniziano con 6 o 35 o 76 o 16:

[6]

[35,16]

[76,16]

[16]

Le sottosequenze non crescenti di lunghezza massima sono 3. Esse hanno lunghezza pari a 4 e sono:

[101,49,11,6]

[101,49,35,16]

[101,54,35,16]

Quindi N vale 4 e K vale 3. Tra le 3 sottosequenze non crescenti di lunghezza 4, l'unica tale che la somma di tutti i suoi elementi sia pari, è [101,54,35,16], dunque tale lista è L.

## ESERCIZIO 5

Premessa

L'insieme dei calcoli proposti in una procedura da eseguire utilizza variabili che rappresentano contenuti modificabili durante l'esecuzione. Quando una variabile viene modificata, il contenuto precedentemente presente viene perso.

*Read* è l'operazione che permette di acquisire i valori iniziali delle variabili, *write* quella che permette di rendere noti i valori delle variabili.

### PROBLEMA

Data la seguente procedura

Procedura Calcolo\_1;

Variabili: A, B, C, D;

*read* B;

$A = B + 10;$

$D = (2 * A + B - 13) / 2;$

$B = 3 * A + 4 * D;$

$C = B - 2 * A;$

*write* A, B, C, D;

Fine procedura;

Se all'inizio per la scatola B viene acquisito il valore  $B = 7$ , calcolare i contenuti finali delle variabili (o scatole) A, B, C e D e scriverli nella tabella sottostante.

|   |  |
|---|--|
| A |  |
| B |  |
| C |  |
| D |  |



Soluzione

|   |     |
|---|-----|
| A | 17  |
| B | 107 |
| C | 73  |
| D | 14  |

**Commenti alla soluzione**

| Operazioni             | Calcoli                      |
|------------------------|------------------------------|
| $A = B + 10$           | $A = 7 + 10 = 17$            |
| $D = (2*A + B - 13)/2$ | $D = (2*17 + 7 - 13)/2 = 14$ |
| $B = 3*A + 4*D$        | $B = 3*17 + 4*14 = 107$      |
| $C = B - 2*A$          | $C = 107 - 2*17 = 73$        |

**ESERCIZIO 6**

**PROBLEMA**

Procedura Calcolo\_2;

Variabili: A, B;

*read* A, B;

$A = A*A$ ;

$B = A + 2*B$ ;

$A = A + (B-22)$ ;

$B = A + B$ ;

*write* A, B;

Fine procedura;

Calcolare i valori finali di A, B corrispondenti ai seguenti valori iniziali  $A = 12$ ,  $B = 14$ .  
Scrivere la soluzione nella tabella sottostante.

|   |  |
|---|--|
| A |  |
| B |  |

Soluzione

|   |     |
|---|-----|
| A | 294 |
| B | 466 |

**Commenti alla soluzione.**

| istruzione       | A   | B   |
|------------------|-----|-----|
| <i>read</i> A,B; | 12  | 14  |
| $A=A*A$          | 144 | 14  |
| $B=A+2*B$        | 144 | 172 |
| $A=A+(B-22)$     | 294 | 172 |
| $B=A+B$          | 294 | 466 |

**ESERCIZIO 7**

Premessa

In questo PROBLEMA si deve individuare la giusta istruzione mancante che permetterà all'esecuzione della procedura di ottenere in A il valore di  $B*2$ , in B il valore di  $A*2$ : se all'inizio si ha  $A = 5$  e  $B = 7$ , alla fine si deve avere  $A = 7*2 = 14$  e  $B = 5*2 = 10$ .

PROBLEMA

Procedura Calcolo\_3;

Variabili A, B, C;

read A, B;

$C = B$ ;

$B = A*2$ ;

$X = Y*2$ ;

write A, B;

Fine procedura;

Nella istruzione mancante sottolineata ( $X = Y*2$ ), trovare il nome della variabile da sostituire alla incognita X e quello da sostituire all'incognita Y in modo che alla fine della procedura i valori delle variabili A e B risultino come richiesto.

|   |  |
|---|--|
| X |  |
| Y |  |

Soluzione

|   |   |
|---|---|
| X | A |
| Y | C |

**Commenti alla soluzione.**

Nella scatola C viene salvato il valore di B; in B viene posto il valore di  $A*2$  e in A viene messo il valore precedentemente contenuto in B che è stato salvato in C moltiplicato per 2

| istruzione | A  | B  | C |
|------------|----|----|---|
| Read A,B   | 5  | 7  | = |
| $C = B$    | 5  | 7  | 7 |
| $B = A*2$  | 5  | 10 | 7 |
| $A = C*2$  | 14 | 10 | 7 |

**ESERCIZIO 8**

Premessa

La presenza di parentesi graffe che racchiudono una sequenza di istruzioni sta ad indicare che tutte le istruzioni specificate all'interno delle parentesi devono essere eseguite in sequenza. Se in una procedura compaiono le parentesi graffe all'interno di una alternativa semplice, allora tutta la sequenza di istruzioni specificate all'interno dovranno essere eseguite sulla base del verificarsi della condizione espressa nell'alternativa. Ad esempio:

...  
if  $B > A$  then {

```
C = B;
B = A;
A = C;
}
write A,B
```

...

Le 3 istruzioni specificate verranno eseguite se e solo se B è maggiore di A. Ad esempio, se B = 5 e A = 3 il valore finale di A e B sarà A = 5 e B = 3 (perché 5 > 3 e le 3 istruzioni permettono di memorizzare in A il contenuto di B e viceversa). Se B = 4 e A = 6 il valore finale di A e B rimarrà invariato (perché 4 > 6 è falso e quindi non vengono eseguite le 3 istruzioni).

**PROBLEMA**

```
Procedura Calcolo_4;
Variabili: A, B, C, temp;
read A, B, C;
if (A > B) {
    temp = A;
    A = B;
    B = temp;
}
if (A > C) {
    temp = A;
    A = C;
    C = temp;
}
if (B > C) {
    temp = B;
    B = C;
    C = temp;
}
write A, B, C;
Fine procedura;
```

Calcolare il valore finale di A, B, C corrispondente ai seguenti valori iniziali A = 4, B = 7, C = 11. Scrivere la soluzione nella tabella sottostante:

|   |  |
|---|--|
| A |  |
| B |  |
| C |  |

Soluzione

|   |    |
|---|----|
| A | 4  |
| B | 7  |
| C | 11 |

**Commenti alla soluzione.**

Si riporta il codice con i commenti sull'esecuzione (preceduti da //)

```
if (A > B) { // falso, quindi le 3 istruzioni seguenti non verranno eseguite
```

```
temp = A;
A = B;
B = temp;
}
if (A > C) { // falso, quindi le 3 istruzioni seguenti non verranno eseguite
temp = A;
A = C;
C = temp;
}
if (B > C) { // falso, quindi le 3 istruzioni seguenti non verranno eseguite
temp = B;
B = C;
C = temp;
}
I valori finale di A, B, C rimarranno inalterati.
```